認識行動システム論　期末テスト用問題集

下記の問題の中から数値を変えて出題します．持ち込み不可

解答にあたっては答えのみ書くのではなく，式展開も書くこと．答えのみは 0 点とします．

1　フーリエ変換

(1.1) 次の関数をフーリエ変換し、ε が小さくなるにつれてフーリエ変換の結果がどのように変わるか説明せよ

$$\mathrm{f(t)} = \begin{cases} \frac{1}{2\epsilon} & -\epsilon \leq \mathrm{t} \leq \epsilon \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

(1.2) 実関数のフーリエ変換について、パワースペクトルが原点対称となることを示せ

(1.3) （コンボリューション定理）$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau$ から $X(\omega) = F(\omega)H(\omega)$ を導出せよ。

2　信号処理

(2.1) 理想的なローパスフィルタについての次の定義式から、理想的ローパスフィルタの時間軸表現について式と文章を用いて説明せよ。

$$\mathrm{H(\omega)} = \begin{cases} 1 & -\frac{2}{\mathrm{W}} \leq \omega \leq \frac{2}{\mathrm{W}} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

(2.2) （ウイナー・ヒンチンの定理）自己相関関数 $R_{ff}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)f(t+\tau)dt$ をフーリエ変換し、元信号のパワースペクトルとなることを示せ。

3　信号処理応用

周波数 ω が既知で，ノイズの混入した正弦波信号 $f(t)=A\sin(\omega t+\phi)+n(t)$を得たとする。この信号 f(t)に対して，$\cos(\omega t)$と $\sin(\omega t)$によって振幅 A と位相差 ϕ を求める方法を，数式によって説明せよ.

4　画像処理

次の言葉について数式，図を用いて説明せよ．

(4.1) Bi-Linear 法

(4.2) Sobel フィルタ

(4.3) Laplacian フィルタ

(4.4) テンプレートマッチング

5　ラプラス変換

(5.1) 次の関数をラプラス変換せよ．ただし f(t)は t<0 では 0 である．

(1)　$f(t) = 1$

(2)　$f(t) = t$

(3)　$f(t) = t^2$　(前問の結果と，積分された関数のラプラス変換の公式を用いよ)

(4)　$f(t) = \sin(\omega t)$

(5)　$f(t) = \cos(\omega t)$ (前問の結果を用いても良い．)

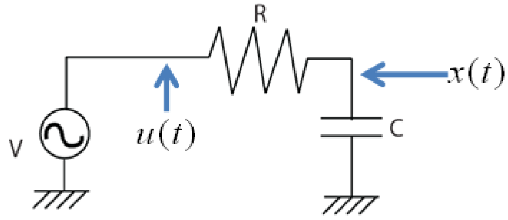
(6)　$f(t) = \exp(\alpha t)$

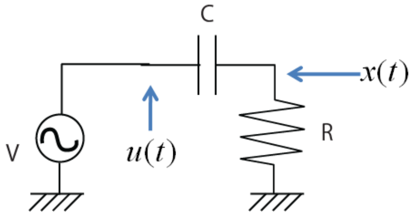
(7)　$f(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ (高さ 1，幅 T のパルス)

(5.2) 以下それぞれのシステムの伝達関数を求め，ステップ入力を加えた際の出力を求め，図示せよ．

(1)　抵抗 R とコンデンサ C によって構成されたローパスフィルタ（下図左）．入力を図の u(t), 出力を図の x(t)とする．

(2)　抵抗 R とコンデンサ C によって構成されたハイパスフィルタ（下図右）．入力を図の u(t), 出力を図の x(t)とする．

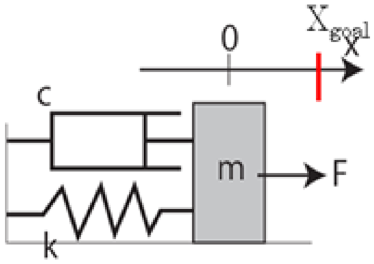




(5.3) 前問の(1)で，幅 T，高さ 1 のパルスを入力した場合の出力波形を求め，図示せよ．

6　制御

下図のシステムにおいて，おもりを目的地 x_goal に移動するために力 F を制御する.



(1)　おもりの運動を記述する運動方程式をたてよ

(2)　P 制御を行ったとき，システムが発振する条件を求めよ.

(3)　P 制御を行った時，t⇒∞の安定状態で目的地に達しないことを示せ.

(4)　PI 制御を行った時，t⇒∞の安定状態で目的地に達することを示せ.

7　行列

次の行列$\mathbf{A}$に関して下記の問いに答えよ.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 8 & -10 \\ 5 & -7 \end{bmatrix}$$

(7.1)　固有値と固有ベクトルを求めよ.

(7.2)　前問の結果を用いて対角化することで，$\mathbf{A}^{\mathbf{n}}$を n を用いて表せ.

(7.3)　n=2 の場合に前問の解答が正しいことを確認せよ.

8　最小二乗法

(8.1)　次の式をもとに擬似逆行列（$\mathbf{X}^{\#} = (\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^{\mathbf{T}}$）を導出せよ．ただし y は測定値，a は求めたいパラメータ，X は変換行列，e は測定誤差を表す.

$$\mathbf{y} = \mathbf{Xa} + \mathbf{e}$$

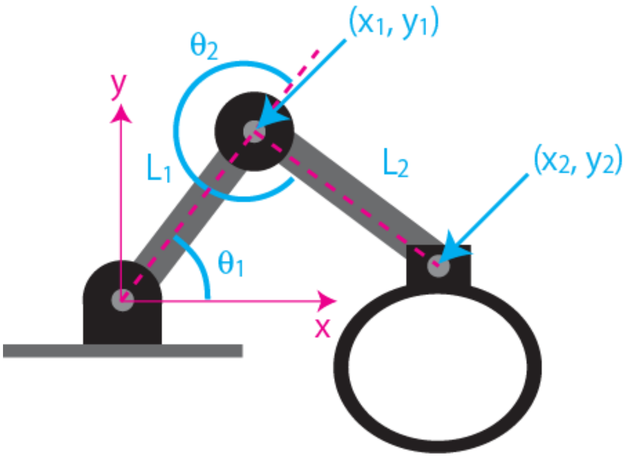
(8.2)　未知パラメータが 2 個の場合の擬似逆行列から直線フィッティングの公式を導け.

(8.3)　自動車の位置を計測した結果下の表のようになった．等速運動と仮定し，疑似逆行列を用いた直線フィッティングを行うことによりこの自動車の速度を求めよ.

時刻(s)	0	1	4	6
位置(m)	20	31	68	92

9　ロボティクス

下図のロボットシステムに関して以下の問いに答えよ



(1)　関節角 $\theta 1$，$\theta 2$ が分かっているとき，先端位置 x2,y2 を求めよ.

(2)　関節角の速度 $\omega 1$，$\omega 2$ が分かっているとき，先端速度 v2,y2 を求めよ.

(3)　前問の結果からヤコビアンを求めよ.

(4)　ヤコビアンの逆行列が存在しない条件から特異点となる姿勢を求めよ.

(5)　関節角 $\theta 1 = \pi/4$(45 度), $\theta 2 = 3\pi/2$(270 度)のとき, 先端に＋x 方向に 1 の力を出したい. L1=L2=1 として，各関節のモータが出力すべきトルクを求めよ.