

解答にあたっては答えのみ書くのではなく、式展開も詳細に書くこと。

答えのみは0点とします。

### 1 フーリエ級数展開

(1.1) フーリエ級数展開の基底関数  $\cos(2\pi mt)$  と  $\cos(2\pi nt)$  ( $m, n$  は整数) が,  $m=n$  の場合を除き直交基底であることを示せ.

(1.2) フーリエ級数展開の基底関数  $\cos(2\pi mt)$  と  $\sin(2\pi nt)$  ( $m, n$  は整数) が, 直交基底であることを示せ.

### 2 フーリエ変換

(2.1) 次の関数をフーリエ変換し、 $\epsilon$  が小さくなるにつれてフーリエ変換の結果がどのように変わるか説明せよ

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{2\epsilon} & -\epsilon \leq t \leq \epsilon \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

(2.2) 実関数のフーリエ変換について、パワースペクトルが原点对称となることを示せ

(2.3) 実信号の離散フーリエ変換について、パワースペクトルが折り返すことを示せ

(2.4) (コンボリューション定理)  $X(\omega) = F(\omega)H(\omega)$  から  $x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau$  を導出せよ。

(2.5) (コンボリューション定理)  $x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau$  から  $X(\omega) = F(\omega)H(\omega)$  を導出せよ。

### 3 伝達関数

入力を  $f(t)$ , 出力を  $x(t)$ ,  $m, c, k$  を定数とするシステム  $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f$  が与えられた時, 入出力間の伝達関数を求めよ.

## 4 信号処理

(4.1) 次の平滑化フィルタの周波数軸表現を導出し、その働きについて説明せよ。

$$h(t) = \begin{cases} \frac{1}{2\epsilon} & -\epsilon \leq t \leq \epsilon \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

(4.2) 次の理想的なローパスフィルタの時間軸表現を導出し、その働きについて説明せよ。

$$H(\omega) = \begin{cases} 1 & -\frac{W}{2} \leq \omega \leq \frac{W}{2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

(4.3) (ウイナー・ヒンチンの定理) 自己相関関数  $R_{ff}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)f(t+\tau)dt$  をフーリエ変換し、元信号のパワースペクトルとなることを示せ。

## 5 信号処理応用

周波数  $\omega$  が既知で、ノイズの混入した正弦波信号  $f(t)=A\sin(\omega t+\phi)+n(t)$  を得たとする。この信号  $f(t)$  に対して、 $\cos(\omega t)$  と  $\sin(\omega t)$  でそれぞれ内積をとることによって振幅  $A$  と位相差  $\phi$  を求める方法を、数式によって説明せよ。

## 6 画像処理

次の言葉について数式と図を用いて説明せよ。

(6.1) Bi-Linear 法

(6.2) Sobel フィルタ

(6.3) Laplacian フィルタ

(6.4) テンプレートマッチング