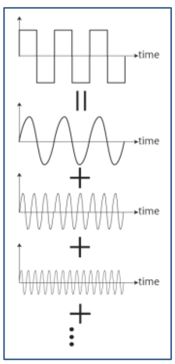
認識行動システム論

第4回
梶本裕之
http://kaji-lab.jp

日程

11/05 線形システムとフーリエ・ラプラス変換
11/12 行列
11/19 (調布祭準備のため休講)
11/26 信号処理と行列
12/03 行列と最小二乗法(休講の可能性)
12/10 中間テスト(授業時間中)
12/17 信号処理(アナログ・デジタル)
01/07 古典制御の基礎
01/14 ロボティクス
01/21 画像処理
01/28 期末テスト(授業時間中)

(復習):フーリエ級数展開



周期Tの波形 f(t)は次のように分解できる

$$f(t) = a_0 + \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos(2\pi mt/T) + \sum_{m=1}^{\infty} b_m \sin(2\pi mt/T)$$

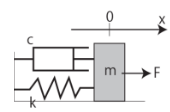
$$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt$$ 平均値(DC成分)

$$a_m = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos(2\pi mt/T)dt$$

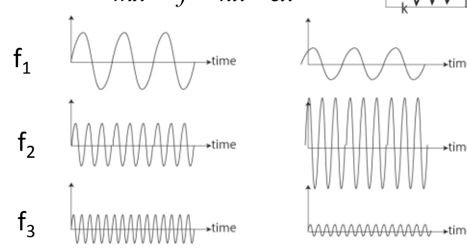
$$b_m = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin(2\pi mt/T)dt$$

※この授業では係数は気にしない.

(復習)なぜ正弦波で分解?



$$m\ddot{x} = f - kx - c\dot{x}$$

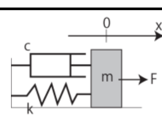


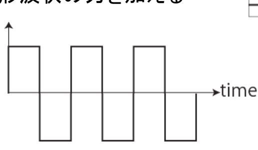
●入力:f(t)=sin(ft)　●出力:x(t)

正弦波は歪まない.振幅と位相だけ変わる

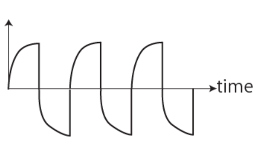
(復習)一般の波は歪む

●入力:f(t) 矩形波状の力を加える



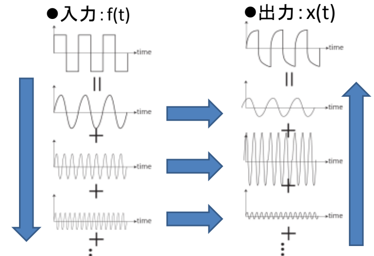


●出力:x(t)



(復習)歪みを周波数で分解して説明できる

●入力:f(t)　●出力:x(t)



(1)入力f(t)を周波数分解する
(2)周波数ごとの出力の振幅と位相を求める.
(3)合計すると出力が得られる.

波形を正弦波の要素に分ける意義

（復習）フーリエ変換

フーリエ級数展開は周期的な信号を分解するのに使われた．
フーリエ変換は周期的ではない信号に対する変換．
Tを無限大とした極限から導かれる．
逆フーリエ変換によって元に戻すことができる．

フーリエ変換

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\exp(-j\omega t)dt$$

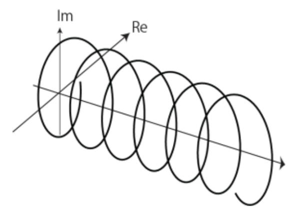
逆フーリエ変換

$$f(t)=\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)\exp(j\omega t)d\omega$$

exp(-jωt)

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\exp(-j\omega t)dt$$

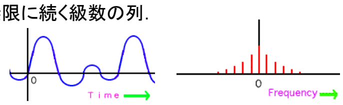
●らせん構造で複素平面を串刺しにする関数．
●実数平面への射影がcos，虚数平面への射影がsin．
●周波数ωはネジのピッチに相当
●フーリエ変換とは，関数をピッチの異なるネジの合成で表すことに相当．



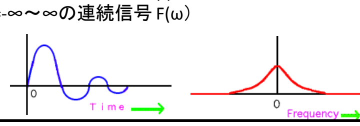
（復習）フーリエ変換

フーリエ変換 $F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\exp(-j\omega t)dt$

フーリエ級数展開
元信号：　周期Tの周期連続信号
展開結果：　無限に続く級数の列．



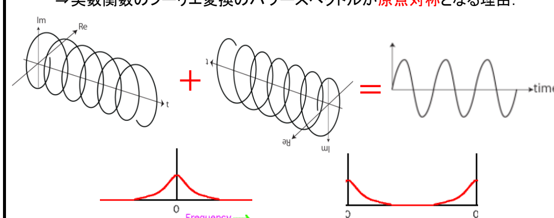
フーリエ変換
元信号：　t=-∞～∞の連続信号 f(t)
変換結果：　ω=-∞～∞の連続信号 F(ω)



（参考）実数関数を表現できるのか？

●逆向きのネジ（負の周波数）を合わせれば実数 or 虚数成分だけ残る
exp(jωt)+exp(j(-ω)t)=2cos(ωt)
exp(jωt)-exp(j(-ω)t)=2jsin(ωt)

つまり，正と負の周波数を合わせれば実数関数を表現できる．
⇒実数関数のフーリエ変換のパワースペクトルが原点対称となる理由．



原点対称　　計算機上のFFTでは折り返し

振幅，パワースペクトラム，位相

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\exp(-j\omega t)dt$$

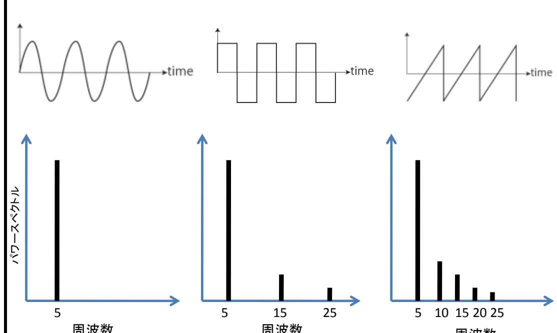
$\omega=2\pi f$　角周波数

$|F(\omega)|$　角周波数ωでの振幅

$|F(\omega)|^2=F(\omega)\overline{F(\omega)}$　角周波数ωでのパワースペクトラム

$\angle F(\omega)$　角周波数ωでの位相

前回のレポート



フーリエ変換を計算してみる：矩形波

$$f(t)=\begin{cases}1/2 & -1\le t\le 1\\ 0 & otherwise\end{cases}$$

$$F(\omega)=\int_{t=-\infty}^{\infty} f(t)\exp(-j\omega t)dt$$

$$=\int_{t=-1}^{1}\frac{1}{2}\exp(-j\omega t)dt$$

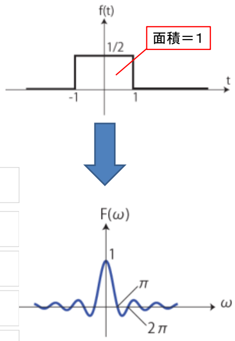
$=$

$=$

$=$

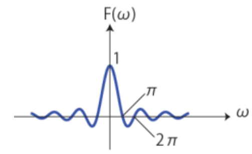
$=$

$=$



SINC関数

$$F(\omega)=\frac{\sin(\omega)}{\omega}$$



●ω=0の極限では， $\lim_{\omega\to 0}\frac{\sin(\omega)}{\omega}=1$

これは直流成分（平均値）が1であることを示す．

●ω=π，2π，．．．で周期的に0となる．

●ωが大きくなるにつれて1/ωの速度で小さくなる．

矩形波の幅が変わると？

$$f(t)=\begin{cases}\frac{1}{2\varepsilon} & -\varepsilon\le t\le \varepsilon\\ 0 & otherwise\end{cases}$$

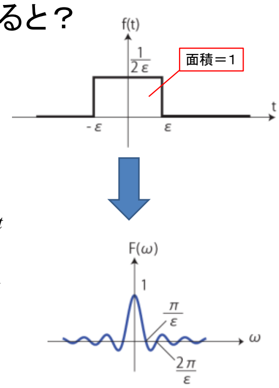
面積一定のまま矩形波の幅を変える

$$F(\omega)=\int_{t=-\infty}^{\infty} f(t)\exp(-j\omega t)dt$$

$$=\int_{t=-\varepsilon}^{\varepsilon}\frac{1}{2\varepsilon}\exp(-j\omega t)dt$$

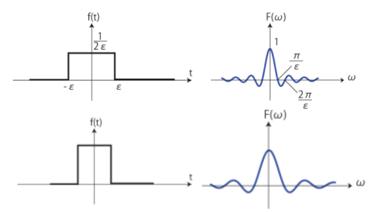
$$=\cdots$$

$$=\frac{\sin(\varepsilon\omega)}{\varepsilon\omega}$$



矩形波の幅が変わると？

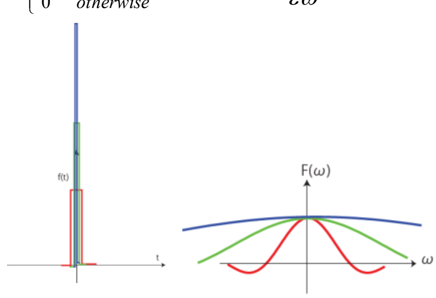
$$f(t)=\begin{cases}\frac{1}{2\varepsilon} & -\varepsilon\le t\le \varepsilon\\ 0 & otherwise\end{cases} \Rightarrow F(\omega)=\frac{\sin(\varepsilon\omega)}{\varepsilon\omega}$$



矩形波の幅を狭くする ⇒ フーリエ変換結果は幅広に

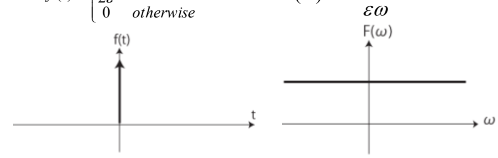
さらに幅を狭めていくと．．．

$$f(t)=\begin{cases}\frac{1}{2\varepsilon} & -\varepsilon\le t\le \varepsilon\\ 0 & otherwise\end{cases} \quad F(\omega)=\frac{\sin(\varepsilon\omega)}{\varepsilon\omega}$$



極限としてのインパルス

$$f(t)=\begin{cases}\frac{1}{2\varepsilon} & -\varepsilon\le t\le \varepsilon\\ 0 & otherwise\end{cases} \quad F(\omega)=\frac{\sin(\varepsilon\omega)}{\varepsilon\omega}$$

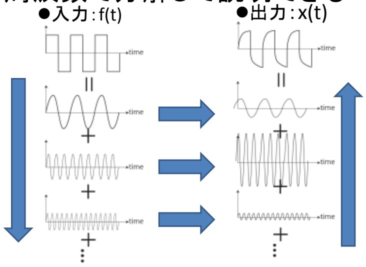


ε⇒0，すなわち矩形波の幅を無限小にしたものをインパルスと呼ぶ．
ただし面積＝1は保存されている（高さは無限大）

インパルスはδ(t)と表記する．

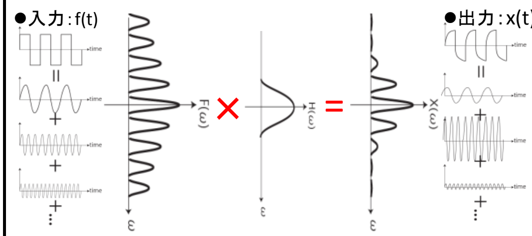
インパルスにはあらゆる周波数の波が一様に含まれる．

（復習：フーリエ級数展開）歪みを周波数で分解して説明できる



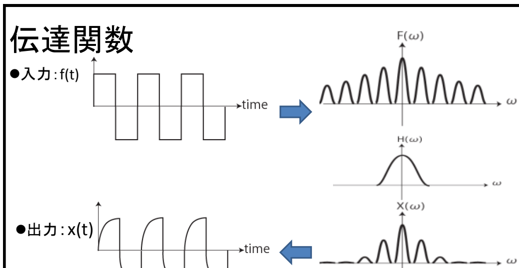
（1）入力f(t)を周波数分解する
（2）周波数ごとの出力の振幅と位相を求める.
（3）合計すると出力が得られる.
これを連続関数で考えるとどうなるか？

入出力の関係：関数同士の掛け算



（1）入力f(t)を周波数分解⇒F(ω)
（2）周波数ごとにどれだけ振幅と位相が変わるか：H(ω)
（3）出力（のフーリエ変換）：X(ω)=H(ω)*F(ω)
（4）逆フーリエ変換すると出力が得られる：x(t)

伝達関数



フーリエ空間では，入出力は単なる掛け算で表される.
X(ω)＝H(ω)×F(ω)

この入出力関係を定義するシステムの性質H(ω)を伝達関数と呼ぶ.

伝達関数(Transfer Function)

$F(\omega) \rightarrow \boxed{H(\omega)} \rightarrow X(\omega)$　X(ω)＝H(ω)×F(ω)

システムの入出力関係.「伝わり方」を周波数空間で記述したもの.

伝達関数は単純な掛算でよい
複数のフィルタの特性は周波数領域では単純に掛け算をすればよい

（例）
ローパスフィルタとハイパスフィルタを続けてかけることでバンドパスフィルタを作成可能
フィルタをかける順番にも依存しない.

$F(\omega) \rightarrow \boxed{H_1(\omega)} \rightarrow \boxed{H_2(\omega)} \rightarrow X(\omega)$

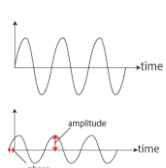
X(ω)＝H1(ω)×H2(ω)×F(ω)

伝達関数H(ω)を求めるには？

$F(\omega) \rightarrow \boxed{H(\omega)} \rightarrow X(\omega)$

H(ω)は，周波数ωの信号を入力したときの出力の振幅と位相を表す．だから．．．

1. ある周波数ωの正弦波を入力.
2. 出力の振幅と位相を測定.
   - 入出力間の振幅の比率amp=|H(ω)|
   - 入出力間の位相差phase＝∠H(ω)
3. この周波数での伝達関数は
   - H(ω)=amp×exp(j*phase).
4. 周波数を変えて測定すれば，H(ω)が得られる.

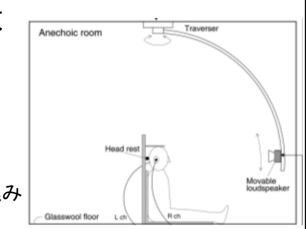


（参考）頭部伝達関数

- HRTF
  Head-Related Transfer Function
- 音波が耳に入るとき、
  – 頭部による反射・回込み
  – 耳介内での反射

  などにより生じる音の変化.
  人はこの現象を利用し音源の方向を知る情報源とする

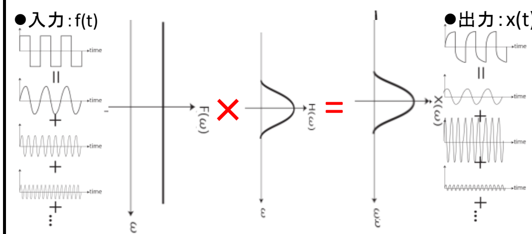
– 音の方向（θ，ψ）と周波数fの3変数関数となる



（参考）ダミーヘッド

- 頭部伝達関数を極力人間に似せた頭部人形
- 精巧なものは
  - 形状だけでなく表面やわらかさも再現
  - 個人用に作成
- 耳にマイクを内蔵
- 人間と同じように音をとらえることが出来る

伝達関数をもっと簡単に測定したい

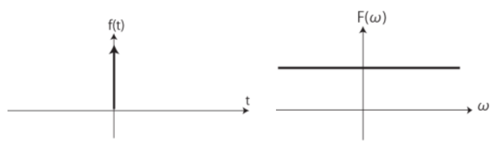


もしも，入力のF(ω)が常に1だったら？
⇒出力には伝達関数そのものが現れる！

インパルス応答とは何か？

入力のF(ω)が常に1 ⇒ 「すべての周波数を一様に含む関数」

すでに我々はそのような関数を知っている！！．．．インパルスδ(t)



システムにインパルスを入力すると
出力信号は伝達関数H(ω)そのものとなる．

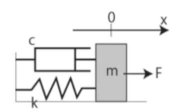
このことから，伝達関数をインパルス応答とも呼ぶ

（当然の欲求）式から直接伝達関数を得たい

$$m\ddot{x}=f-kx-c\dot{x}$$

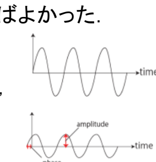
$$m\ddot{x}+c\dot{x}+kx=f$$

●入力：f(t)　●出力：x(t)

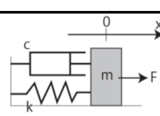


●伝達関数の計測方法を思い出そう！！
正弦波を入力して，その出力を得ればよかった．

入力：f(t)=exp(jωt)を入力したとき，
出力：x(t)=H*exp(jωt)となったとすれば，
|H|が伝達関数の大きさ，∠Hが偏角．



式の上で「計測」してみる



$$m\ddot{x}+c\dot{x}+kx=f$$

$f=\exp(j\omega t)$　●ある周波数2πf=ωの正弦波を入力

$x(t)=H(\omega)\exp(j\omega t)$　●同じ周波数で振幅と位相の異なる出力が得られる

このx(t)の微分は？
$\dot{x}(t)=$
$=$

同様に2階微分は
$\ddot{x}(t)=$
$=$

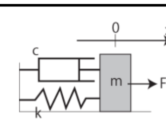
jωと書くのがわずらわしいのでsと書く

元の式に代入　$(ms^2+cs+k)H(\omega)\cancel{\exp(j\omega t)}=\cancel{\exp(j\omega t)}$

∴

s=jωを代入すれば，
システムの伝達関数に他ならない．

（例）伝達関数



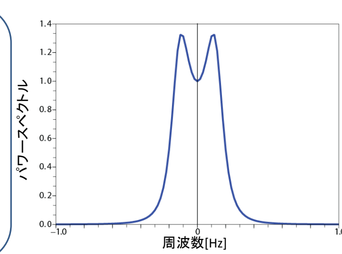
$$m\ddot{x}+c\dot{x}+kx=f$$

$$H(\omega)=\frac{1}{ms^2+cs+k}$$

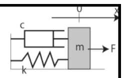
s=jωを代入してシステムの伝達関数が得られる．

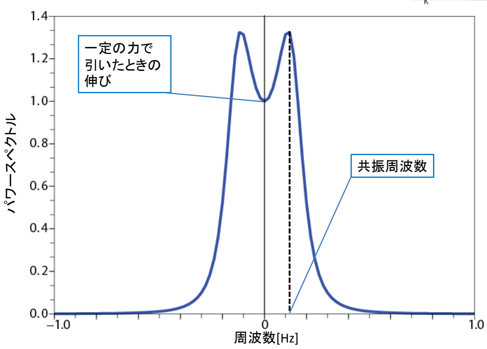
Scilabコード

```
m=1.0;          //質量
c=1.0;          //ダンパ
k=1.0;          //バネ

f=[-1:0.02:1];  //周波数
w=2 * %pi * f;
s=%i * w;

//応答(注：割り算)
HH=ones(s) ./ (m.*s .*s + c .*s + k);

//パワースペクトル
power_spec = H .* conj(H);
plot(f,power_spec);
```

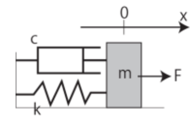


（例）伝達関数





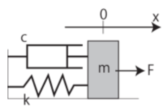
（レポート課題１）



サンプルコードを参考に，
・重さ
・ばねの強さ
・ダンパ
を変えた時に，共振周波数がどう変わるか観察せよ．
結果とその物理的妥当性をコード中にコメントすること．

（コメント）そもそもなぜ入力が正弦波のとき出力も正弦波なのか？

$$m\ddot{x}+c\dot{x}+kx=f$$



上のような（線形な）微分方程式であらわされる
システムでは，正弦波入力の出力は正弦波

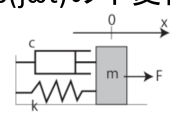
．．．ということを前提として話を進めてきた

これは何故？
なぜ正弦波は微分方程式で形が変わらないのか？

（参考）微積分に対するexp(jωt)の不変性

$$m\ddot{x}+c\dot{x}+kx=f$$

一般化すると $\sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{d^n}{dt^n} x(t) = f(t)$



●入力　f(t)　は　正弦波　exp(jωt)であるとする．
●仮に，出力x(t)が周波数ω以外の成分，たとえばω'を持っているとする

（重要）微積分に対して正弦波exp(jωt)は複素係数が掛る以外は不変

$$\frac{d}{dt}\exp(j\omega t) = j\omega \exp(j\omega t) \qquad \frac{d^2}{dt^2}\exp(j\omega t) = (j\omega)^n \exp(j\omega t)$$

左辺に代入すると，

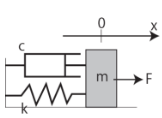
$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{d^n}{dt^n} x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{d^n}{dt^n} \exp(j\omega' t) = \left(\sum_{n=0}^{\infty} a_n (j\omega')^n\right) \exp(j\omega' t)$$

という，周波数ω'の成分が残ってしまう．つまり右辺とは一致し得ない．

これは矛盾．よってx(t)もexp(jωt)の成分しか持たない．

これまでのまとめ：システムの性質を知りたい

$$m\ddot{x} = f - kx - c\dot{x}$$
$$m\ddot{x}+c\dot{x}+kx=f$$



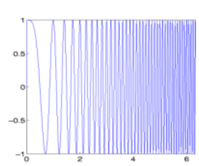
●微分方程式で表わされるシステムの性質は，
「ある周波数の入力を与えたらどのように振幅・位相が変わるか」
で定義される．つまり周波数の関数となる．
この関数H（ω）を伝達関数と呼ぶ

●与えられた入力から出力を得るには，
（1）入力波形f(t)をフーリエ変換．F(ω)
（2）X(ω)＝H（ω）F(ω)を計算．
（3）出力波形x(t)はX(ω)の逆フーリエ変換で得られる．

（参考）音場の再現

- HRTFと同様に，ホールなどの「響き具合」，すなわち伝達関数を計測

12面体無指向性スピーカ：
ステージに置く



音：周波数が連続的に変化するチャープ信号や，
インパルス信号を用いる．

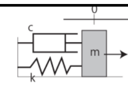
無指向性マイク：
客席に置く

音場の再現

無響室での録音

ホールの伝達関数をかけた結果

しかし実際は．．．



●時刻t≧0だけ考えればよい場合がほとんど（t=0が「初期状態」）

●入力f(t)がフーリエ変換出来ない状況が**普通に**存在する

$$F(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & 0\le t\end{cases}$$

$$f(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ t & 0\le t\end{cases}$$

$$\int_{t=-\infty}^{\infty} F(t)\exp(-j\omega t)dt=\int_{t=0}^{\infty} 1\exp(-j\omega t)dt=\left[\frac{\exp(-j\omega t)}{-j\omega}\right]_0^{\infty}=\frac{1-\exp(-j\omega\infty)}{j\omega}$$ ？？

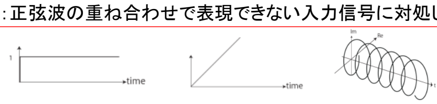
$$\int_{t=-\infty}^{\infty} F(t)\exp(-j\omega t)dt=\int_{t=0}^{\infty} t\exp(-j\omega t)dt=\cdots$$

無限遠で収束しない関数は，積分をうまく処理できない

要は，正弦波の重ね合わせで表現できない．

拡張しよう

課題：正弦波の重ね合わせで表現できない入力信号に対処したい



信号を別の関数の重ね合わせで表現したい．

その関数は，

✓exp(-jωt)の自然な拡張でありたい

✓微積分に対する不変性は保ちたい

新たな基底関数として，**exp(-st)**を考える．

ただしsはもはや虚数jωではなく，複素数．

exp(-st)

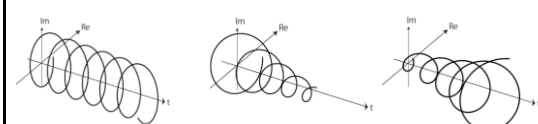
実質的には2変数の関数

exp(-st) = exp(-(c+jω)t)

= exp(-ct) × exp(-jωt)

増大or減衰成分　回転成分

●c=0　●c＞0　●c＜0



微積分に対するexp(st)の不変性

exp(jωt)の場合と同様，exp(st)も微分，積分しても関数の形は不変．

$$\frac{d}{dt}\exp(st)=s\exp(st) \qquad \int\exp(st)dt=\frac{1}{s}\exp(st)$$

$$\frac{d^n}{dt^n}\exp(st)=s^n\exp(st) \qquad \underbrace{\iiint}_{n}\exp(st)dt=\frac{1}{s^n}\exp(st)$$

微分⇒　sをかける操作

積分⇒　sで割る操作

ラプラス(Laplace)変換：フーリエ変換の拡張

フーリエ変換

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\exp(-j\omega t)dt$$

ラプラス変換

$$L(f(t))=F(s)=\int_{0}^{\infty} f(t)\exp(-st)dt$$

<ちがい>

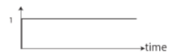
●純虚数jω⇒複素数sに拡張

●積分範囲は無限の過去を扱う必要がないため0から．

ラプラス変換の例：ステップ関数

ステップ関数
(階段関数)

$$f(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & 0\le t\end{cases}$$



フーリエ変換では扱うことができなかった入力

$$F(s)=\int_0^\infty f(t)\exp(-st)dt$$

=

=

=

ただし積分が収束するsの範囲は，Re(s)>0

ラプラス変換の例：ランプ関数

ランプ関数

$$f(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ t & 0\le t\end{cases}$$

フーリエ変換では扱うことができなかった入力

$$F(s)=\int_0^\infty f(t)\exp(-st)dt$$

=

=

=

=

ただし積分が収束するsの範囲は，Re(s)>0

ラプラス変換の例：sin，cos

$$f(t)=\sin(\omega t)$$

$$F(s)=\int_0^\infty f(t)e^{-st}dt$$

$$=\int_0^\infty \sin(\omega t)e^{-st}dt$$

=

=

=

=

=

ただし積分が収束するsの範囲内(Re(s)>0)

$$f(t)=\cos(\omega t)$$

$$F(s)=\int_0^\infty f(t)e^{-st}dt$$

$$=\int_0^\infty \cos(\omega t)e^{-st}dt$$

=

=

=

=

=

ラプラス変換の例：exp関数

$$f(t)=\exp(at)$$

$$F(s)=\int_0^\infty f(t)\exp(-st)dt$$

=

=

=

ただし積分が収束するsの範囲は，Re(s-a)>0

ラプラス変換の例：微分

$f(t)$ のラプラス変換が分かっているとき，$\dot{f}(t)$ のラプラス変換は？

$$L(\dot{f}(t))=\int_0^\infty \dot{f}(t)\exp(-st)dt$$

=

=

=

ただしf(t)はt<0で0
また，ラプラス変換の積分範囲は0からではなく，0+から

（ルール）ラプラス変換では，微分はsをかけることに相当

ラプラス変換の例：積分

$f(t)$ のラプラス変換が分かっているとき，$\int_{t=0}^{t} f(t)dt$ のラプラス変換は？

$$L(\int_{t=0}^{t} f(t)dt)=\int_0^\infty\left(\int_{t=0}^{t} f(t)dt\right)\exp(-st)dt$$

=

=

=

（ルール）ラプラス変換では，積分は1/sをかけることに相当

sinとcosのラプラス変換を見比べる

$$\sin(\omega t) \Rightarrow \frac{\omega}{s^2+\omega^2}$$

$$\cos(\omega t) \Rightarrow \frac{s}{s^2+\omega^2}$$

（ルール）ラプラス変換では，微分はsをかけることに相当

$$\frac{d}{dt}\sin(\omega t) = \omega\cos(\omega t)$$

ルールより，cos(ωt)のラプラス変換を求めるには，
sin(ωt)のラプラス変換にsをかけ，ωで割ればよい

．．．確かにそうなっている

ラプラス変換表

$$1 \Rightarrow \frac{1}{s} \qquad \exp(at) \Rightarrow \frac{1}{s-a}$$

$$t \Rightarrow \frac{1}{s^2} \qquad t\exp(at) \Rightarrow \left(\frac{1}{s-a}\right)^2$$

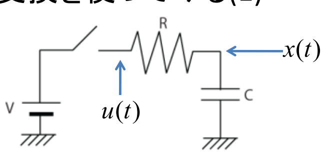
$$t^n \Rightarrow \frac{n!}{s^{n+1}} \qquad \dot{f}(t) \Rightarrow sF(s)$$

$$\sin(\omega t) \Rightarrow \frac{\omega}{s^2+\omega^2} \qquad \int_{t=0}^{t} f(t)dt \Rightarrow \frac{1}{s}F(s)$$

$$\cos(\omega t) \Rightarrow \frac{s}{s^2+\omega^2}$$

通常ラプラス逆変換は，表を見て行う

ラプラス変換を使ってみる(1)

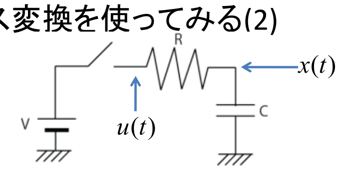


●入力：抵抗Rの左側の電圧 u(t).

●出力：コンデンサの電圧x(t).

（問題）スイッチを入れた後のx(t)の変化を調べよ

ラプラス変換を使ってみる(2)



●電流Iを考えて，

$$u = RI + \frac{1}{C}\int Idt$$

$$x = \frac{1}{C}\int Idt$$

$$I = C\dot{x}$$

$$u = RC\dot{x} + x$$

●xのラプラス変換をX,
●uのラプラス変換をUとすると，

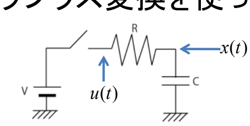
$U =$

（∴（ルール）微分⇒sをかける）

$=$

$X =$

ラプラス変換を使ってみる(3)



$$X = \frac{1}{sRC+1}U$$

t=0でスイッチを入れるから

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t<0 \\ V & 0 \le t \end{cases}$$

$U(s) =$

$X =$

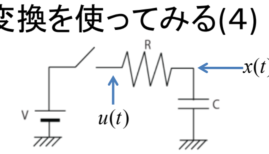
$=$

$=$

部分分数展開
$a = RC$
$b = -RC$

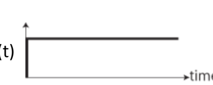
$X =$

ラプラス変換を使ってみる(4)



$$X = V\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+\frac{1}{RC}}\right)$$

入力u(t)

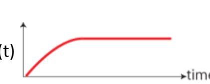


ラプラス変換表を見て逆変換する

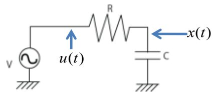
$x(t) =$

定常成分　　過渡成分

出力x(t)



伝達関数



フーリエ変換の時と同様に，
入出力関係を決める「システムの特性」を知りたい

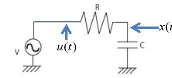
●先程の例では
xのラプラス変換をX，uのラプラス変換をUとしたとき，

$$X = \boxed{\frac{1}{sRC+1}} U$$

この部分が入出力関係を決めている．伝達関数．
s=jωを代入すればフーリエ変換の伝達関数と全く同じ．

伝達関数

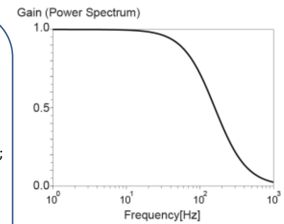
$$H(\omega) = \frac{1}{sRC+1} = \frac{1}{RC}\frac{1}{j\omega + \frac{1}{RC}}$$



s=jωを代入して，周波数応答を見てみる

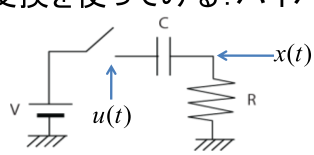
Scilabソース

```
R=1000;          //抵抗 1kΩ
C=10^(-6);       //コンデンサ1μF
f=[0:1000];      //周波数
w=2 * %pi * f;   //角周波数

//応答
H=1/(R*C) * ones(f) ./ (%i*w + 1/(R*C));

//パワースペクトル
power_spec = H .* conj(H);

//片対数グラフで表示
plot2d1("oln",f,power_spec);
```



1kΩの抵抗と1μFのコンデンサで，
1kHz程度以上の周波数を阻止する
ローパスフィルタが出来た．

ラプラス変換を使ってみる：ハイパス(1)

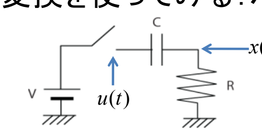


●入力：コンデンサの左側の電圧 u(t).

●出力：抵抗の電圧x(t).

（問題）スイッチを入れた後のx(t)の変化を調べよ

ラプラス変換を使ってみる：ハイパス(2)



●電流Iを考えて，

$$u = RI + \frac{1}{C}\int I dt$$

$$x = RI$$

$$I = \frac{x}{R}$$

$$u = x + \frac{1}{C}\int \frac{x}{R} dt$$

●xのラプラス変換をX，
●uのラプラス変換をUとすると，

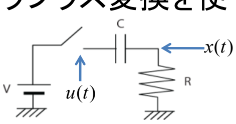
$U =$

（∴（ルール）積分⇒sで割る）

$=$

$X =$

ラプラス変換を使ってみる：ハイパス(3)



$$X = \frac{sCR}{sCR+1} U$$

t=0でスイッチを入れるから

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ V & 0 \le t \end{cases}$$

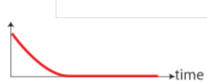
$U(s) =$

$X =$

$=$

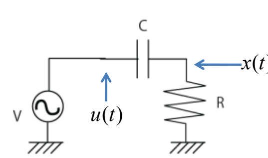
ラプラス変換の表を使って

$x(t) =$



一瞬だけ電流が流れることがわかる

レポート課題（2）：ハイパスフィルタの伝達関数



ローパスの場合を参考に，上記回路の伝達関数を求め，
R=32Ω，C=1000μFの場合をグラフ表示するコードを書け．

大体何Hz以下を阻止するハイパスフィルタになっているか，
観察の結果をコード中にコメントすること．