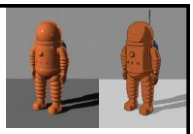
インタラクティブシステム論
第7回

梶本裕之
Twitter ID kajimoto
ハッシュタグ #ninshiki

日程

4/12 イントロダクション
4/19 Scilabの紹介（西6号館3階PCルーム）
4/26 フーリエ変換
5/03 休日
5/10 フーリエ変換と線形システム
5/17 信号処理の基礎
5/24 信号処理応用1（相関）
5/31 信号処理応用2（画像処理）
6/07 ～中間チェック ～
6/14 出張により休講
6/21 ラプラス変換
6/28 古典制御の基礎
7/05 行列
7/12 行列と最小二乗法
7/19 ロボティクス
7/26 ～期末チェック～

画像処理とは



元の画像から
•人間が理解しやすいように加工する
•何らかの情報を抽出する
信号処理の一種.

特徴
•2次元データである（動画なら3次元）
•時間信号のような因果関係がない（動画ならある）

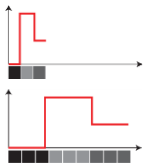
初歩的な画像処理

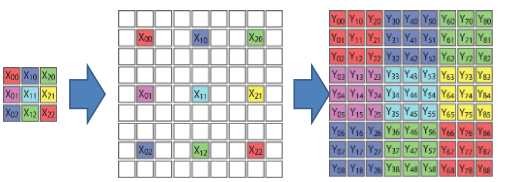
初歩的な画像処理（1）拡大・縮小

（例）3倍に拡大
一番簡単な方法：Nearest Neighbor（最近傍）法

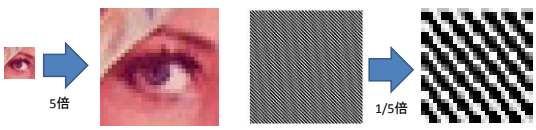
$$Y_{i,j} = X_{i/3,j/3}$$

（ただしi/3は整数の割り算．1/3=0, 2/3=0, 3/3=1…）

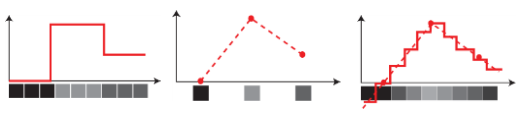




Nearest Neighbor法の問題

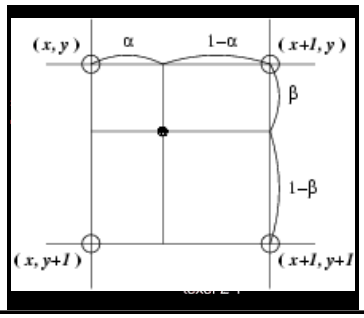


1．荒さが目立つ
2．縮小時には偽の周波数（モワレ）を生じる
（サンプリング間隔の変化によるエリアシング）
もっとなだらかに結べばよい⇒直線補間.

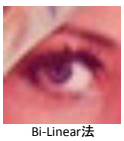


Bi-Linear法

2次元画像なので4点間を線形補間
Bi：線形補間を2回することを表す




Nearest Neighbor法

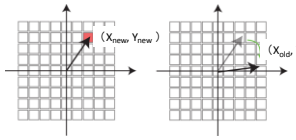

Bi-Linear法

他にBi-Cubic法など

初歩的な画像処理（2）回転

（1）新画像のあるピクセル座標X_{new}, Y_{new}が，
元画像でどこに位置していたか計算．（順番に注意）

$$\begin{bmatrix} X_{old} \\ Y_{old} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-\theta) & -\sin(-\theta) \\ \sin(-\theta) & \cos(-\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{new} \\ Y_{new} \end{bmatrix}$$



（2）X_{old}, Y_{old}は小数
⇒整数にして，そのピクセルの色を使う(Nearest Neighbor法)
⇒周辺の4ピクセルから補間する (Bi-Linear法)

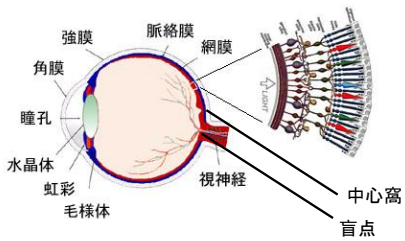
初歩的な画像処理（3）グレースケール化

誰でも考える方法：R,G,Bの平均：

$$K_{ij}=(R_{ij}+G_{ij}+B_{ij})/3$$

悪くはないが，最良でもない．

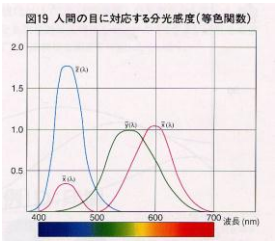
網膜＝光センサ



- 中心窩：最も解像度が高い．画像の中心
- 盲点：神経束が出て行く場所のため視細胞が無い

2種類の光感受性細胞

- 桿体細胞(Rod)
  明暗センサ
- 錐体細胞(Cone)
  青錐体細胞（S細胞）
  435nm近辺
  緑錐体細胞（M細胞）
  546nm近辺
  赤錐体細胞（L細胞）
  600nm近辺



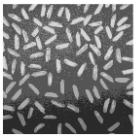
同じ輝度のR, G, Bを，人は同じ明るさに感じない⇒補正

心理的に正しいグレースケール変換：

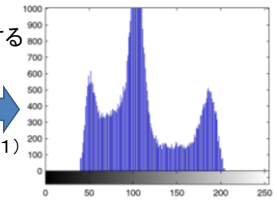
$$K_{ij}= \underline{0.299}R_{ij} + \underline{0.587}G_{ij} + \underline{0.114}B_{ij}$$

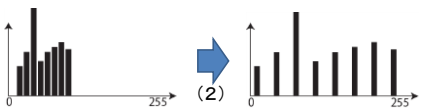
初歩的な画像処理（4）濃度調整

メリハリのある画像にしたい：画像の明るさ分布に注目
（1）ヒストグラムを作成
（2）ヒストグラムを均等にする



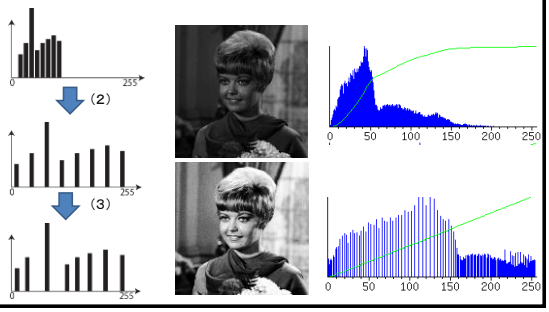
（1）



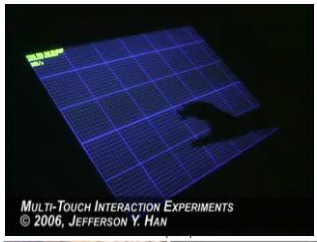


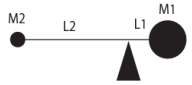
イコライゼーション

（3）さらにヒストグラムの累積度数のグラフの傾きが一定になるようにする．（色に関しても同様）

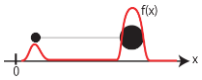


初歩的な画像処理（5）重心計算



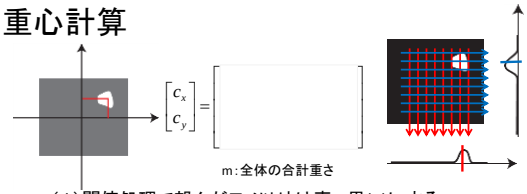


$$M_1L_1 = M_2L_2$$



$$c = \frac{\int x \times f(x)dx}{\int f(x)dx}$$

重心計算



m：全体の合計重さ

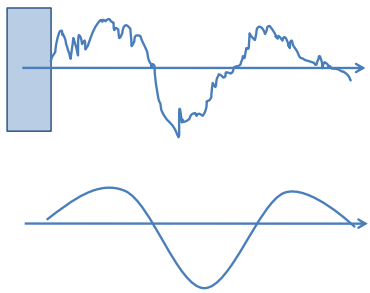
（1）閾値処理で望んだモノ以外は真っ黒(0)にする
（2）画像をx,y軸に投影する（軸にそって平均）

（3）それぞれの結果の重心を求める

素直な重心計算よりも乗算回数が減り，高速になる

画像のフィルタリング

（復習）平均化＝ローパスフィルタ



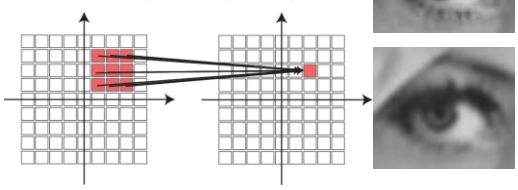
ノイズを「ならし」て大域的な特徴をつかむ

画像の平滑化

1次元信号の平滑化と同様に，2次元的に平均すればよい．

3x3領域を平均化する場合：

$$Y_{i,j} = X_{i-1,j-1} + X_{i-1,j} + X_{i-1,j+1} + X_{i,j-1} + X_{i,j} + X_{i,j+1} + X_{i+1,j-1} + X_{i+1,j} + X_{i+1,j+1}$$



オペレータ

3x3領域を使った演算を一般化：

$$Y_{i,j} = aX_{i-1,j-1} + bX_{i-1,j} + cX_{i-1,j+1} + dX_{i,j-1} + eX_{i,j} + fX_{i,j+1} + gX_{i+1,j-1} + hX_{i+1,j} + iX_{i+1,j+1}$$

この係数行列を<u>オペレータ</u>という．
FIRフィルタの係数と同じ役割．

先ほどの平滑化：すべての係数が等しい

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \end{bmatrix}$$

オペレータの演算例

元画像

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 2 & 4 \\ 4 & 5 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

オペレータ

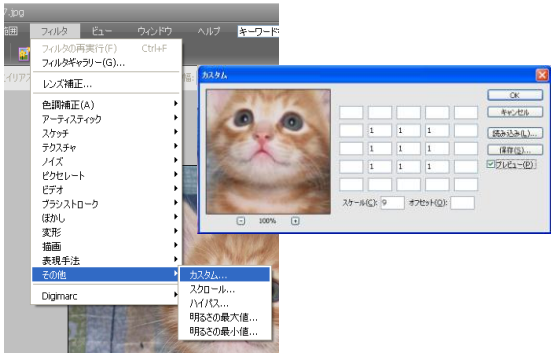
$$\frac{1}{4} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

結果

$$\frac{1}{4} \times \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

端の処理が問題となる場合はとりあえず考えない

Photoshopによるデモ：平滑化

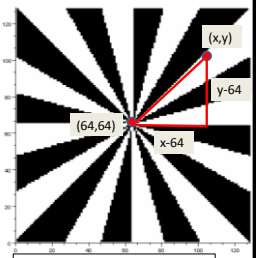


Scilabレポート課題準備：サンプル画像作成

```
for x=1:128,
 for y=1:128,
  deg = atan(y-64,x-64)/%pi*180;
   if(pmodulo(deg,30)<15)
    img(x,y)=255;
   else
    img(x,y)=0;
   end
 end
end

f = scf();
f.color_map = graycolormap(256);
Matplot(img);  //行列を
square(0,0,129,129);
```

128×128の行列を用意
中心から放射状に伸びる縞



256階調グレースケール表示

Scilabによる3x3の平均化

元画像生成部は省略

```
img2=zeros(126,126);
//3x3のオペレータによる平均化
for x=1:126,
 for y=1:126,
  img2(x,y)= ...
  (img(x,y)  +img(x+1,y)  +img(x+2,y)+...
   img(x,y+1)+img(x+1,y+1)+img(x+2,y+1)+...
   img(x,y+2)+img(x+1,y+2)+img(x+2,y+2))/9;
 end
end
```

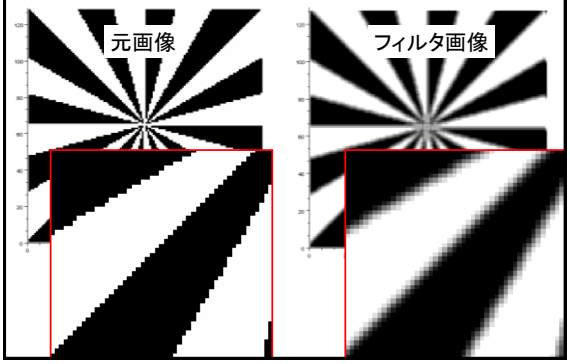
128でないことに注意！

次の行に続く印

平均

画像表示部は省略

3x3の平均化



5x5の平均化

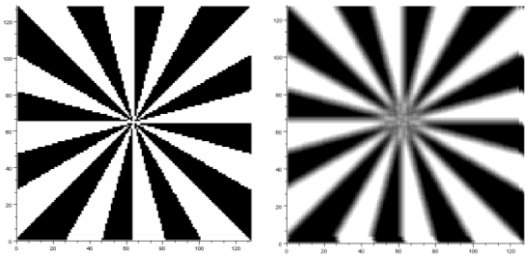
元画像生成部分は省略

```
Img2=zeros(124,124);
for x=1:124,
 for y=1:124,
  img2(x,y)= …
  (img(x,y)  +img(x+1,y)  +img(x+2,y)  +img(x+3,y)  +img(x+4,y)+…
   img(x,y+1)+img(x+1,y+1)+img(x+2,y+1)+img(x+3,y+1)+img(x+4,y+1)+…
   img(x,y+2)+img(x+1,y+2)+img(x+2,y+2)+img(x+3,y+2)+img(x+4,y+2)+…
   img(x,y+3)+img(x+1,y+3)+img(x+2,y+3)+img(x+3,y+3)+img(x+4,y+3)+…
   img(x,y+4)+img(x+1,y+4)+img(x+2,y+4)+img(x+3,y+4)+img(x+4,y+4))/25;
 end
end
```

画像表示部分は省略

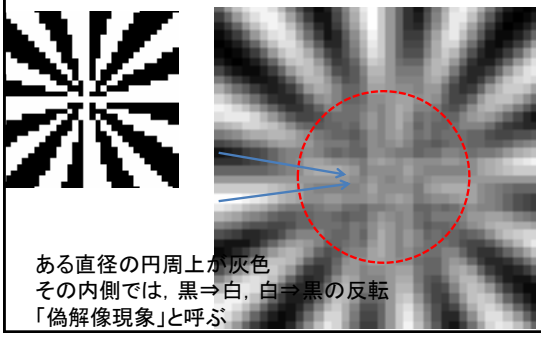
5x5の平均化

元画像　　フィルタ画像



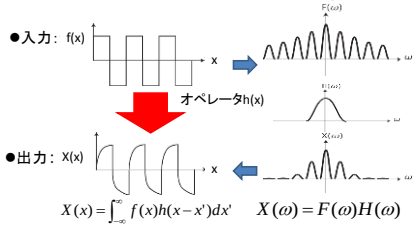
中心付近を拡大してみる

元画像　　フィルタ画像



ある直径の円周上が灰色
その内側では，黒⇒白，白⇒黒の反転
「偽解像現象」と呼ぶ

（復習）オペレータとフーリエ変換



$$X(x)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x)h(x-x')dx' \qquad X(\omega)=F(\omega)H(\omega)$$

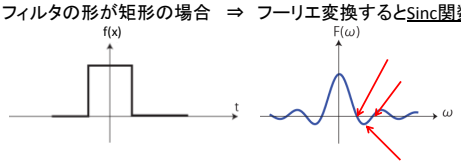
•オペレータh(x)のフーリエ変換がH(ω)であるとする．
•空間領域でのオペレータの畳込み積分（コンボリューション）は，周波数領域でオペレータをフーリエ変換したフィルタH（ω）をかけることと等価

オペレータ＝フィルタ

オペレータのフーリエ変換例

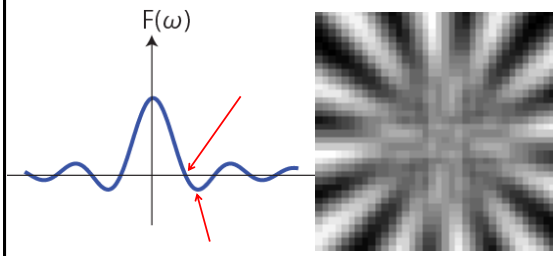
$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \end{bmatrix}$$

フィルタの形が矩形の場合　⇒　フーリエ変換するとSinc関数



平均化＝Low Pass Filterというのは，近似にすぎない．
単なるLow Pass Filterではない
●特定の周波数のゲインは0（画像では灰色になる）
●周波数によっては位相が反転（画像では白黒反転⇒偽解像）

偽解像現象はなぜ生じるか

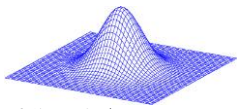


平均化＝Low Pass Filterというのは，近似にすぎない．
単なるLow Pass Filterではない．
●特定の周波数のゲインは0（画像では灰色になる）
●周波数によっては位相が反転（画像では白黒反転⇒偽解像）

画像平滑化の実際：ガウシアンフィルタ

3x3ガウシアンオペレータ

$$\frac{1}{15}\times\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\ 2 & 3 & 2\\ 1 & 2 & 1\end{bmatrix}$$



フィルタの形がガウシアン　⇒　フーリエ変換してもガウシアン

$$h(x)=\exp\left(-ax^2\right) \Rightarrow H(\omega)=\frac{1}{\sqrt{2a}}\exp\left(-\frac{\omega^2}{4a}\right)$$

先ほどの問題点が解決され，素直なLPFとなる．

実用的なオペレータサイズ：3x3，または5x5

5x5ガウシアンオペレータ

$$\frac{1}{331}\times\begin{bmatrix}1 & 4 & 7 & 4 & 1\\ 4 & 20 & 33 & 20 & 4\\ 7 & 33 & 55 & 33 & 7\\ 4 & 20 & 33 & 20 & 4\\ 1 & 4 & 7 & 4 & 1\end{bmatrix}$$

事前処理としてのガウシアンフィルタ

多くの画像処理で，事前にガウシアンをかけてノイズを除去する．

レポート課題（1）

元画像に5x5のガウシアンフィルタをかけ，ぼかしてみる
元画像と比較し，ぼけていることを確認せよ

（ヒント）5x5の単純平均化のソースコードを改変

もう一つのノイズ除去：メディアンフィルタ

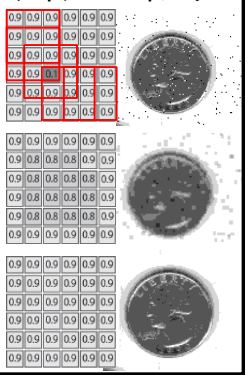
ノイズが強力かつ小さい時

（1）LPFではノイズが「薄く広がる」だけ．

（2）中間値（メディアン）を用いる．

3x3領域を使う場合：
$Y_{i,j}$ = 中間値 ($X_{i-1,j-1}$, $X_{i-1,j}$, $X_{i-1,j+1}$, $X_{i,j-1}$, $X_{i,j}$, $X_{i,j+1}$, $X_{i+1,j-1}$, $X_{i+1,j}$, $X_{i+1,j+1}$)

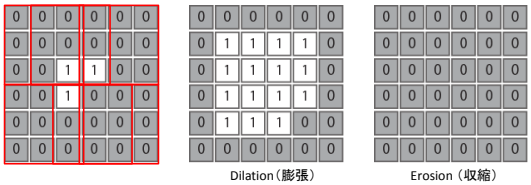
9個の値をソート
⇒5番目を採用



（参考）モルフォロジー（形態）処理

特に2値画像で用いられる．

範囲内の最大値を取る：Dilation（膨張）
範囲内の最小値を取る：Erosion（収縮）



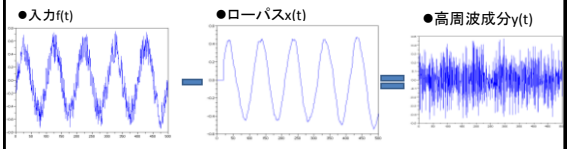
（参考）モルフォロジー（形態）処理

「範囲」の形状を定義すれば筆の効果も得られる

（復習）逆に高い周波数成分だけ取り出すには？

●ローパスフィルタ：低い周波数成分だけを取り出した

●元信号と低周波信号の差をとれば，高周波数成分だけ取り出せる？



画像の「エッジ抽出」

アイデア：低い周波数成分を取り除く

具体的には？
「変化」だけを取り出せば良い．

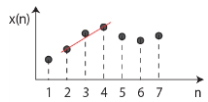
⇒空間的な微分を行っていることに等しい

対応：
•微分＝エッジ抽出＝ハイパスフィルタ
•積分＝平滑化＝ローパスフィルタ

微分：Sobelフィルタ

•ディジタルの世界：微分 ⇒ 差分

$$y(t)=\frac{dx(t)}{dt} \quad \Rightarrow \quad y(n)=\frac{x(n+1)-x(n-1)}{2\Delta}$$

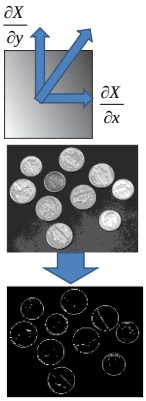


•2次元の微分：x方向，y方向がある．

$\frac{\partial X}{\partial x}$ □□□ $u_{i,j} = X_{i+1,j} - X_{i-1,j}$

$\frac{\partial X}{\partial y}$ □□□ $v_{i,j} = X_{i,j+1} - X_{i,j-1}$

Sobelフィルタ(2)



（1）X方向微分と，Y方向平滑化

$$\frac{\partial X}{\partial x}\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

（2）Y方向微分と，X方向平滑化

$$\frac{\partial X}{\partial y}\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

（3）(1)(2)の結果をベクトルとみなした時の大きさ＝変化の強さ

$$\sqrt{\left(\frac{\partial X}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial X}{\partial y}\right)^2}$$

（4）閾値により2値化

Sobelフィルタの使用例

元画像　　処理画像

レポート課題（2）

元画像に3x3のSobelフィルタをかけ，エッジを抽出してみよ

ヒント

```
EdgeX=zeros(126,126);
for x=1:126,
  for y=1:126,
    EdgeX (x,y)= 略
end
end

EdgeY=zeros(126,126);
for x=1:126,
  for y=1:126,
    EdgeY(x,y)= 略
end
end

img2 = sqrt(EdgeX.*EdgeX + EdgeY .*EdgeY);
```

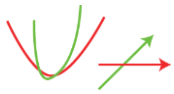
2階微分：Laplacianフィルタ

エッジ抽出＝空間的な微分
さらに微分すれば？　二階微分

$$y(t)=\frac{d^2x(t)}{dt^2} \Rightarrow y(n)=\frac{x(n+1)-x(n)}{\Delta}-\frac{x(n)-x(n-1)}{\Delta}$$
$$=\frac{x(n+1)-2x(n)+x(n-1)}{\Delta}$$

2次元では？

$$\nabla^2 X=\frac{\partial^2}{\partial x^2}X+\frac{\partial^2}{\partial y^2}X$$



2階微分：Laplacianフィルタ（続）

$$\nabla^2 X=\frac{\partial^2}{\partial x^2}X+\frac{\partial^2}{\partial y^2}X$$

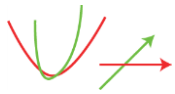
$\frac{\partial^2 X}{\partial x^2}$ 

$u_{i,j} = X_{i+1,j} - 2X_{i,j} + X_{i-1,j}$

$\frac{\partial^2 X}{\partial y^2}$ 

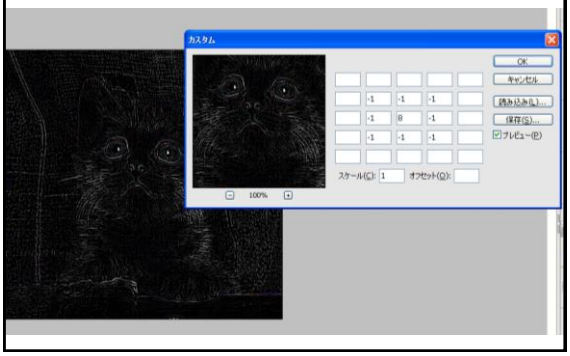
$v_{i,j} = X_{i,j+1} - 2X_{i,j} + X_{i,j-1}$

$$\begin{bmatrix}0&-1&0\\-1&4&-1\\0&-1&0\end{bmatrix}$$



通常は $\begin{bmatrix}-1&-1&-1\\-1&8&-1\\-1&-1&-1\end{bmatrix}$ という形を用いることが多い

Photoshopによるデモ：エッジ抽出

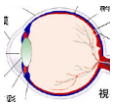


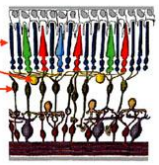
（参考）LoGフィルタ

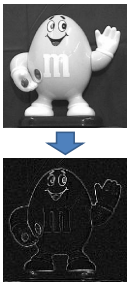
LoG＝Laplacian of Gaussian
Gaussianで平滑化後，Laplacianでエッジ抽出

人間の網膜上の情報処理そのもの

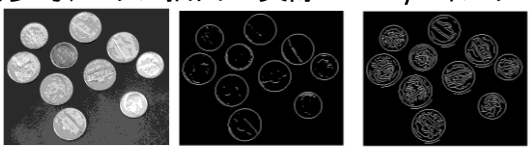
人間はなだらかな
輝度変化に鈍感







（参考）エッジ抽出の実際：Cannyフィルタ



エッジ抽出は通常，最後に2値化して終了，次の処理へ．

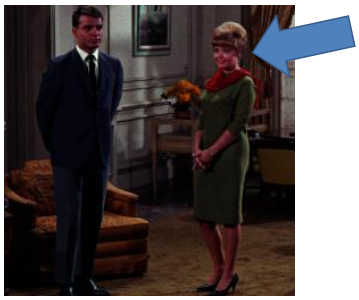
Sobelフィルタ：閾値の設定が難しい．
- 必要なエッジが消えてしまう or エッジが出過ぎる

Cannyフィルタ：最も標準的なエッジ抽出手法
- 微分計算自体はSobelの方法を使う
- 戦略：弱いエッジも，長く繋がりそうなら救う（二つの閾値使用）
- 計算量はやや多い．

相関と画像処理

テンプレートマッチング

例：画像中から特定の人の顔を認識したい

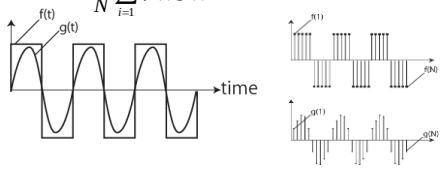


（復習）波形fに波形gはどれだけ含まれるか

波形f中の，波形gの成分

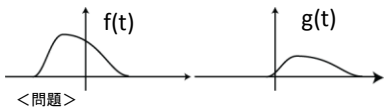
$= \frac{1}{T}\int_0^T f(t)g(t)dt$ （連続関数）

$= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f(i)g(i)$ （離散化して考えた場合）



これは二つの波をベクトルと考えた時の内積に他ならない
※内積を連続関数に対して定義

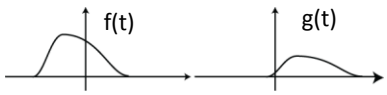
（復習）相互相関



＜問題＞
二つの信号が，
●時間的にどれだけずれているのか
●時間のずれを無視したらどれだけ似ているのか
を測定したい．

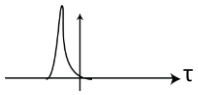
内積を思い出せば，
次の手順で測定すればよいことがわかる
●g(t)をτだけずらしてみる ⇒ $g(t+\tau)$
●f(t)との内積を取ってみる ⇒ $\int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(t+\tau)dt$
●τを変化させていく．

（復習）相互相関



$R_{fg}(\tau)$：二つの関数f(t)，g(t)の，相互相関関数

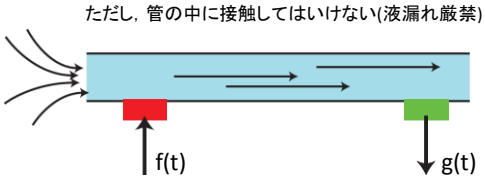
$$R_{fg}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(t+\tau)dt$$



$R_{fg}(\tau)$が最大の値をとるτ＝元の関数f(t)とg(t)のズレ
（ただし直流成分を取り除いた後）

（復習）相互相関の応用：速度計測

管内の流速を正確に測定したい
ただし，管の中に接触してはいけない(液漏れ厳禁)

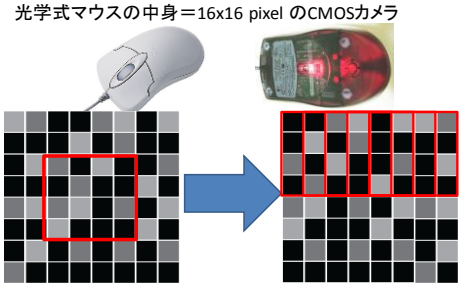


上流に熱源を置き，f(t)でランダムに変動させる．
下流で温度を測定する．g(t)

f(t)とg(t)の相互相関関数が最大となる時間差τが，
水流によって熱が移動するのに要する時間である．

（復習）相互相関の応用：速度計測

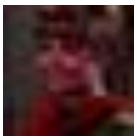
光学式マウスの中身＝16x16 pixel のCMOSカメラ



二つの画像（＝2次元関数）同士の相互相関を取ることで
移動量を計測する．自動車の速度計測等にも利用．

テンプレートマッチング（再）

2次元に拡張.
g(t)⇒g(x,y)として，顔の標準的な画像を用意して相互相関をとれば，顔の部分でピークを生じる



g(x,y)

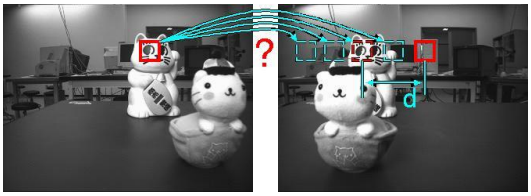
テンプレートマッチング（例）

標準顔をテンプレートとして顔を沢山認識

テンプレート

（参考）ステレオビジョンによる立体計測

- 二つ以上のカメラを使う
  - 三角測量の原理．視差を利用



左目映像　　右目映像

ブレ（Motion Blur)について

ブレ(Motion Blur)：
カメラを使って、イメージを捕らえる過程中での移動、または、長い露光時間を使う場合の被写体の移動。

（復習）エコー

エコー＝時間遅れ信号の重畳.
これはFIRフィルタで実装できる.

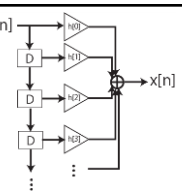
Scilabコード例

```
wave = loadwave('aiueo.wav');

out=zeros(wave);

//エコー（1000ステップ前の信号を重畳）
for n=1000:length(wave),
   out(n)=wave(n)+0.9*wave(n-999);
end

playsnd(out,11000);       //11kHzサンプリングで再生
savewave('wave.wav',out,[11000]);
```



原音

1000ステップ前の信号を重畳

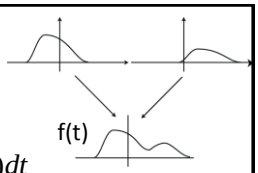
1000ステップ前＋2000ステップ前の信号を重畳

沢山重畳

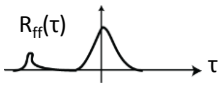
（復習）ゴースト現象

(復習)自己相関

二つの関数f(t), g(t)の代わりに,
ひとつの関数f(t)の相関を取る.



$$R_{ff}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) f(t+\tau) dt$$



自己相関関数は,
「どれだけずれたら自分自身に近い形になるか」
を表す.
すなわち, エコーを発見していることに他ならない.

ブレの検出と除去

基本原理
(1)2次元の自己相関計算によってブレの方向と量を推定
(2)ブレの方向に微分フィルタを適用する

実際はもうすこし複雑

画像処理を使うために

画像処理に関する情報源

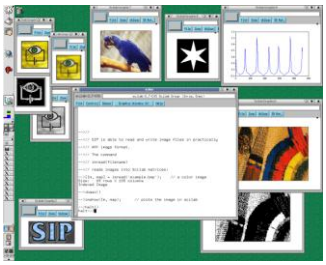
- 新編画像解析ハンドブック
- C言語で学ぶ実践ディジタル映像処理
- MatlabのImage Processing Toolboxのヘルプ(これが一番分りやすい?)

http://dl.cybernet.co.jp/matlab/support/manual/r14/toolbox/images/?/matlab/support/manual/r14/toolbox/images/getting2.shtml

画像処理は歴史の長い分野です.
車輪の再発明をせず, 過去の実績ある方法を検討しましょう.

Scilabでの画像処理

SIP=Scilab Image Processing toolbox
http://siptoolbox.sourceforge.net/



画像の読み出しと保存が可能.
普通に知られているアルゴリズムは大体ある.

画像処理ライブラリ OpenCV

世界で最も広く使われている画像処理ライブラリ(C言語)
これにより画像処理研究はソフト開発から解放された.

日本語の情報源
・Webページ(奈良先端大)
http://opencv.jp/
・OpenCVプログラミングブック

画像処理プログラミングは配列を扱うため, 自力でプログラミングするとバグに苦しみます. ライブラリを使いましょう.

中間確認テスト

中間テスト用の問題集（先週配布済み、webにて公開済み）から出します。

持ち込み不可。一度式の導出を覚えることを意図しています。

これに伴い、今週のレポートの締切は次回の「講義」直前までとします。