インタラクティブシステム論
第4回

梶本裕之

日程

講義番号	講義日	講義内容
-	5/8	休講（全学のオンライン講義説明会）
1	5/15	イントロダクション
		Scilab課題
		上記資料のPython版
2	5/22	フーリエ変換
3	5/29	フーリエ変換と線形システム
4	6/5	信号処理の基礎
5	6/12	信号処理の応用1(相関)
6	6/19	信号処理の応用2(画像処理)
-	6/26	中間確認テスト（~~現在のところ大学を予定~~）自習に変更
7	7/3	ラプラス変換
8	7/10	古典制御の基礎
9	7/17	行列
10	7/24	行列と最小二乗法
11	7/31	ロボティクス
-	8/7	期末テスト準備（自習）
-	8/14	期末確認テスト（現在のところ大学を予定）

中間確認テストは自習に変更

オンライン化継続の必要性から、中間確認テストは自習に変更します。
自習の内容は第6回以降にオンライン掲示します。

なお、これにともない期末テストの範囲は授業全体となりますので、中間の時期にこの自習をしておくことを強く推奨します。

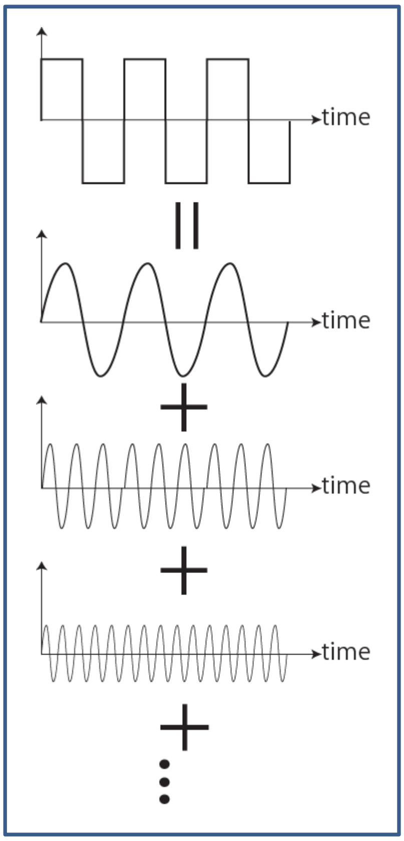
講義番号	講義日	講義内容
-	5/8	休講（全学のオンライン講義説明会）
1	5/15	イントロダクション
		Scilab課題
		上記資料のPython版
2	5/22	フーリエ変換
3	5/29	フーリエ変換と線形システム
4	6/5	信号処理の基礎
5	6/12	信号処理の応用1(相関)
6	6/19	信号処理の応用2(画像処理)
-	6/26	中間確認テスト（~~現在のところ大学を予定~~）自習に変更
7	7/3	ラプラス変換
8	7/10	古典制御の基礎
9	7/17	行列
10	7/24	行列と最小二乗法
11	7/31	ロボティクス
-	8/7	期末テスト準備（自習）
-	8/14	期末確認テスト（現在のところ大学を予定）

中間までの自習教材の掲示

期末試験の範囲（自習教材から数値等を変えて出題）

中間～期末の自習教材の掲示

（復習）：フーリエ級数展開



周期Tの波形 f(t)は次のように分解できる

$$f(t) = a_0 + \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos(2\pi mt/T) + \sum_{m=1}^{\infty} b_m \sin(2\pi mt/T)$$

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt$$ 平均値（DC成分）

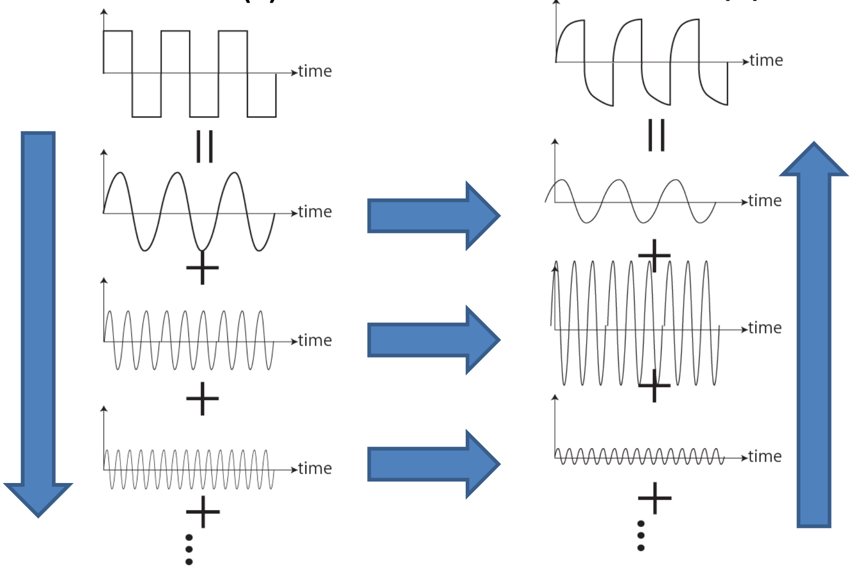
$$a_m = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos(2\pi mt/T)dt$$

$$b_m = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin(2\pi mt/T)dt$$

※この授業では係数は気にしない.

（復習：フーリエ級数展開）歪みを周波数で分解して説明できる

●入力：f(t)　　●出力：x(t)



（1）入力f(t)を周波数分解する
（2）周波数ごとの出力の振幅と位相を求める.
（3）合計すると出力が得られる.

これを連続関数で考えるとどうなるか？

（復習）フーリエ変換

フーリエ級数展開は周期的な信号を分解するのに使われた.
フーリエ変換は周期的ではない信号に対する変換.
Tを無限大とした極限から導かれる.
逆フーリエ変換によって元に戻すことができる.

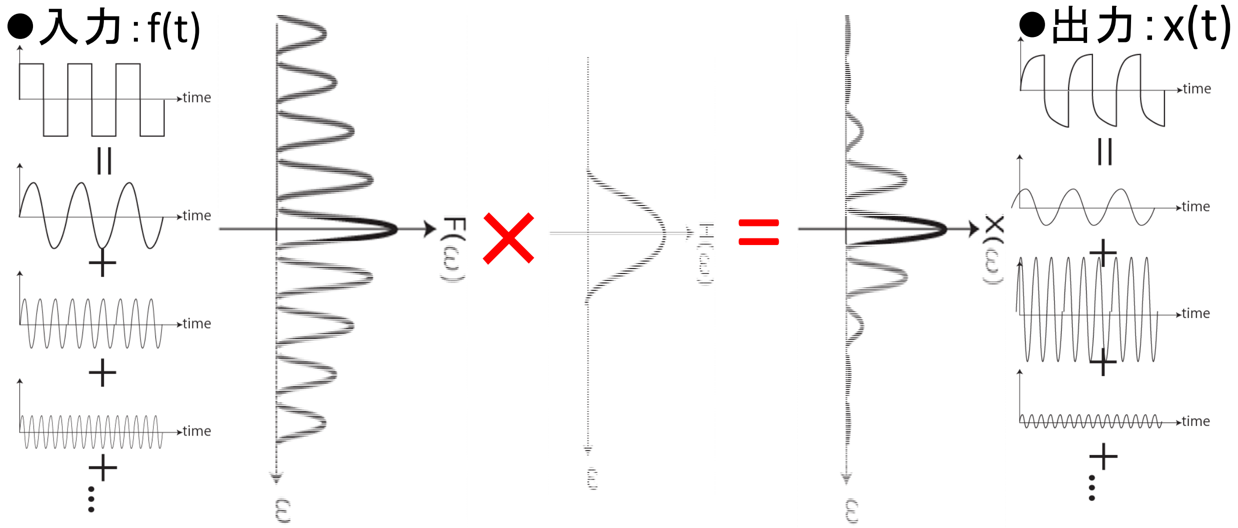
フーリエ変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(-j\omega t) dt$$

逆フーリエ変換

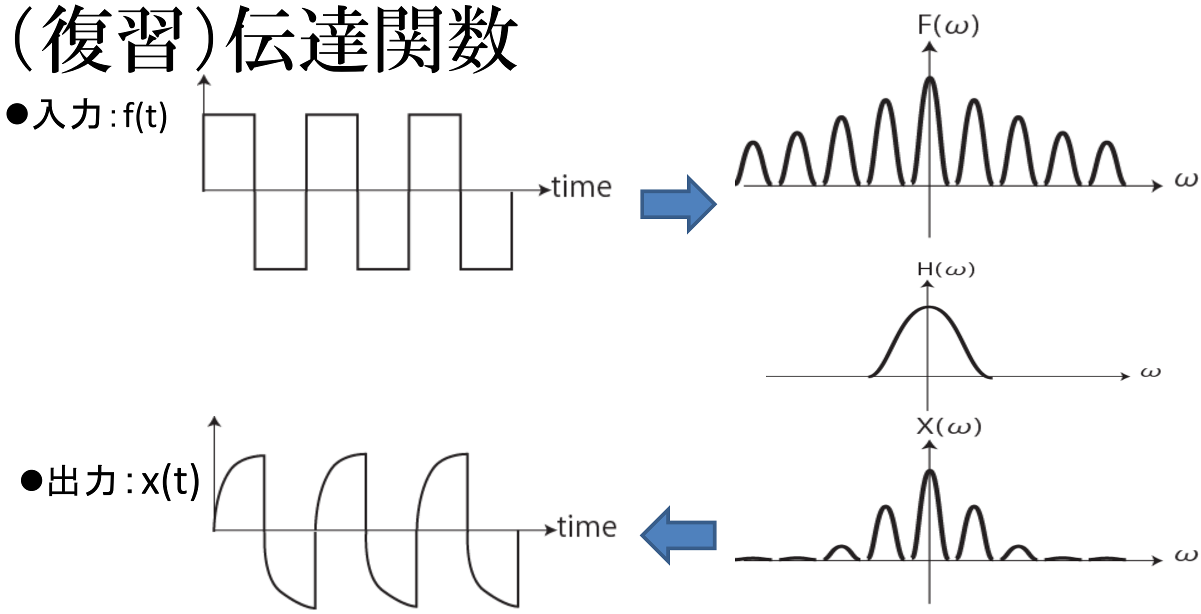
$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \exp(j\omega t) d\omega$$

（復習）入出力の関係：関数同士の掛け算



（1）入力f(t)を周波数分解⇒F(ω)
（2）周波数ごとにどれだけ振幅と位相が変わるか：H(ω)
（3）出力（のフーリエ変換）：X(ω)=H(ω)*F(ω)
（4）逆フーリエ変換すると出力が得られる：x(t)

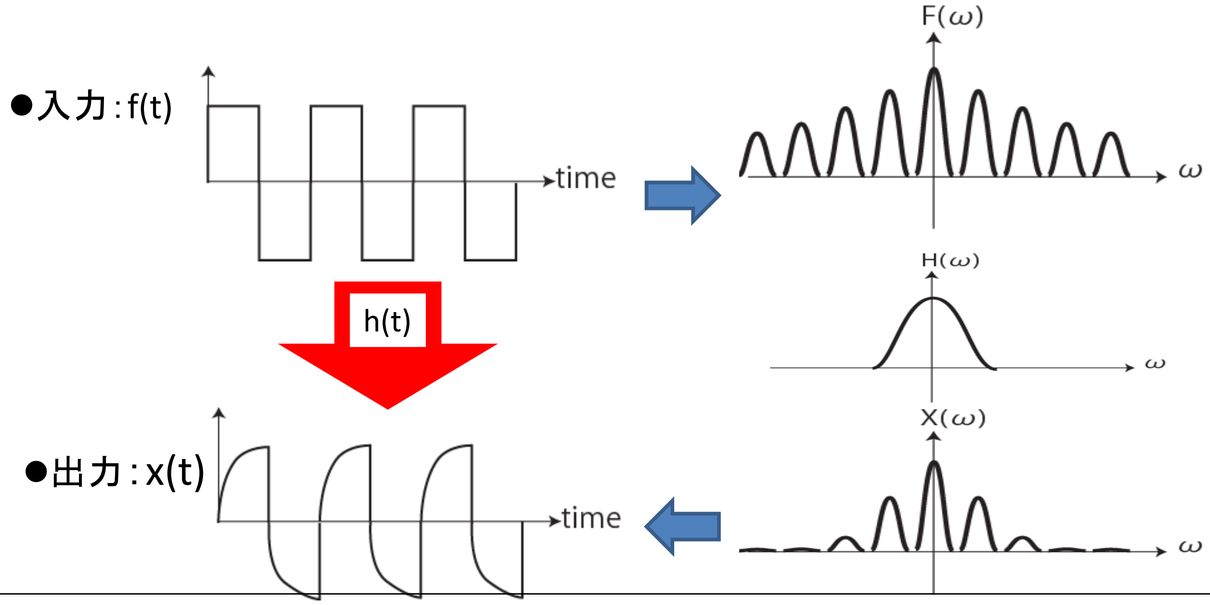
（復習）伝達関数



フーリエ空間では，入出力は単なる掛け算で表される．
X(ω)＝H(ω)×F(ω)

この入出力関係を定義するシステムの性質H(ω)を**伝達関数**と呼ぶ．

今日の話題：周波数領域ではなく，時間領域のまま議論できないか？



X(ω)＝H(ω)×F(ω)：周波数領域で美しいのは分った．
時間的な現象として何が起きているのか分からない．

式で考えよう

フーリエ変換

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\exp(-j\omega t)dt$$

逆フーリエ変換

$$f(t)=\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)\exp(j\omega t)d\omega$$

X(ω)＝H(ω)×F(ω)

両辺を逆フーリエ変換すれば時間領域の信号に戻る．

$x(t)=$

$=$

$=$

$=$

逆順の計算もしておく(ふつうはこちら)

$$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

フーリエ変換

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\exp(-j\omega t)dt$$

逆フーリエ変換

$$f(t)=\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)\exp(j\omega t)d\omega$$

両辺をフーリエ変換.

$$
\begin{aligned}
X(\omega)&=\int_{-\infty}^{\infty}\exp(-j\omega t)dt\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau\\
&=\int_{-\infty}^{\infty}\exp(-j\omega(\tau+(t-\tau))dt\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau\\
&=\int_{-\infty}^{\infty}\exp(-j\omega\tau)\cdot\exp(-j\omega(t-\tau))dt\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau\\
&=\int_{-\infty}^{\infty}\qquad d\tau\int_{-\infty}^{\infty}\qquad dt\\
&=\int_{-\infty}^{\infty}\qquad d\tau\int_{-\infty}^{\infty}\qquad dt'\\
&=F(\omega)H(\omega)
\end{aligned}
$$

コンボリューション定理

$$X(\omega)=F(\omega)H(\omega)=H(\omega)F(\omega)$$

フーリエ逆変換 フーリエ変換

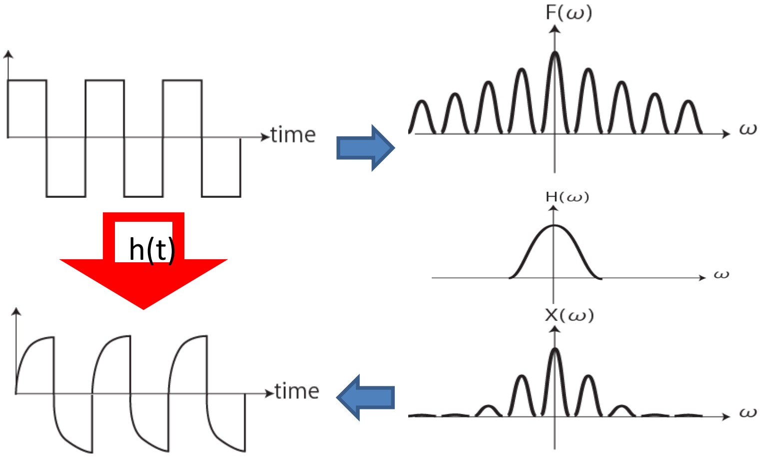
$$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)f(t-\tau)d\tau$$

簡略化のため次のようにも表記

$$x(t)=f(t)*h(t)=h(t)*f(t)$$

コンボリューション定理の意味するところ(1)

●入力 : f(t)



●出力 : x(t)

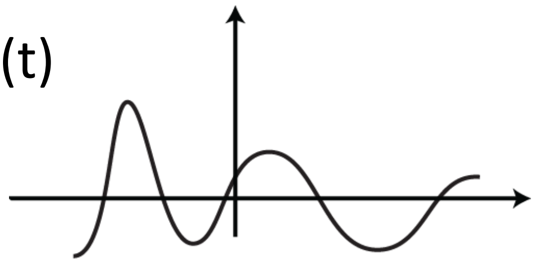
$$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau \qquad X(\omega)=F(\omega)H(\omega)$$

•h(t)のフーリエ変換がH(ω)であるとする.
•周波数領域でフィルタH(ω)をかけることは,
時間領域では，入力信号x(t)に対する関数h(t)の畳み込み積分(コンボリューション)として表現される.

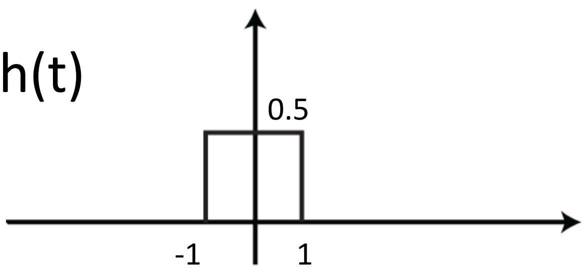
コンボリューション定理の意味するところ(2)

$$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)f(t-\tau)d\tau$$

f(t)



h(t)

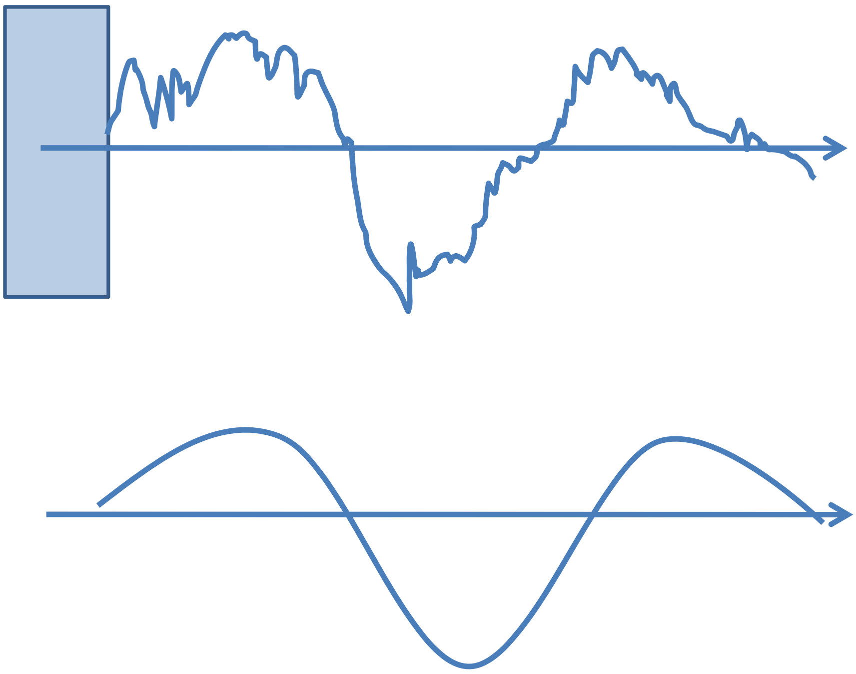


例えば，h(t)=0.5　(-1<t<1)なら,

$$x(t)=$$

これは，f(t)を平均化していくフィルタ

平均化？

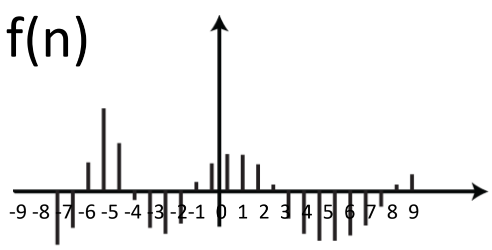


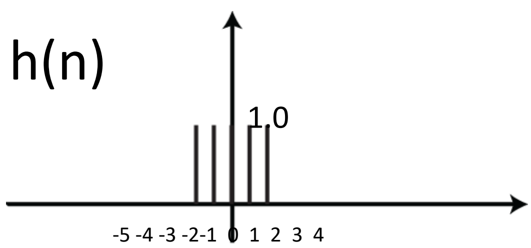
ノイズを「ならし」て大域的な特徴をつかむ

離散化による理解

$$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)f(t-\tau)d\tau \Rightarrow x(n)=\sum_{i=-\infty}^{\infty}h(i)f(n-i)$$

x(n)=…+ h(-4)f(n+4) + h(-3)f(n+3) +…+ h(3)f(n-3) + h(4)f(n-4)+…





h(n)が，n=-2～2の間だけ1の場合，

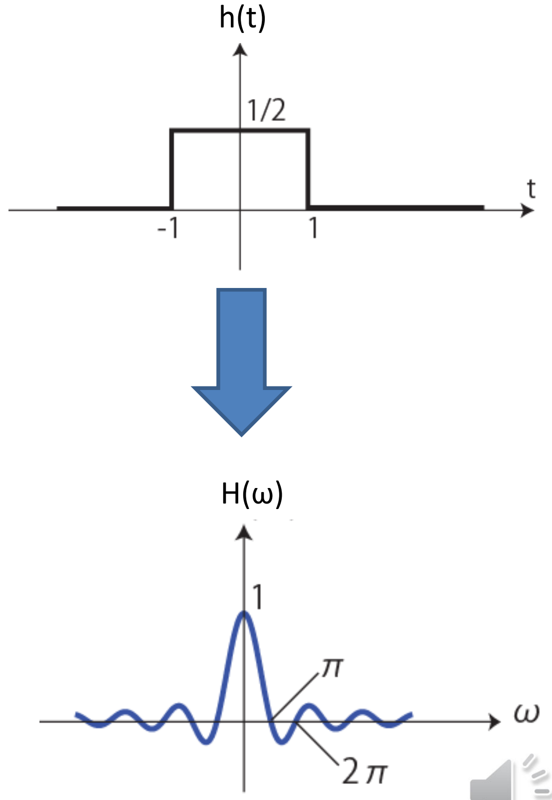
x(1)=f(3) + f(2) + f(1) + f(0) + f(-1)
x(2)=f(4) + f(3) + f(2) + f(1) + f(0)
x(3)=f(5) + f(4) + f(3) + f(2) + f(1)
x(4)=f(6) + f(5) + f(4) + f(3) + f(2)
x(n)=f(n+2) + f(n+1) + f(n) + f(n-1) + f(n-2)

出力xは，入力fの「平均化」になっている．

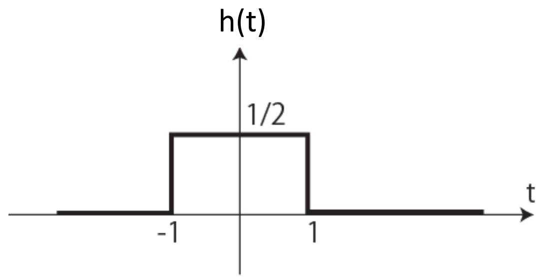
（復習）フーリエ変換の計算例：矩形波

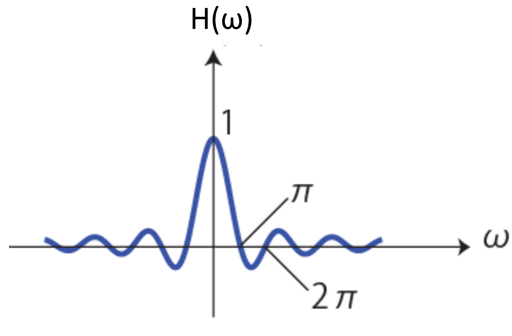
$$h(t) = \begin{cases} 1/2 & -1 \le t \le 1 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
H(\omega) &= \int_{t=-\infty}^{\infty} f(t)\exp(-j\omega t)dt \\
&= \\
&= \left[\frac{1}{-j2\omega}\exp(-j\omega t)\right]_{-1}^{1} \\
&= \frac{1}{-j2\omega}\left(\exp(-j\omega) - \exp(j\omega)\right) \\
&= \frac{1}{-j2\omega}\left(\cos(\omega) - j\sin(\omega) - \cos(\omega) - j\sin(\omega)\right) \\
&= \frac{-j\sin(\omega)}{-j\omega} \\
&=
\end{aligned}$$



h(t)とH(ω)の関係：フーリエ変換





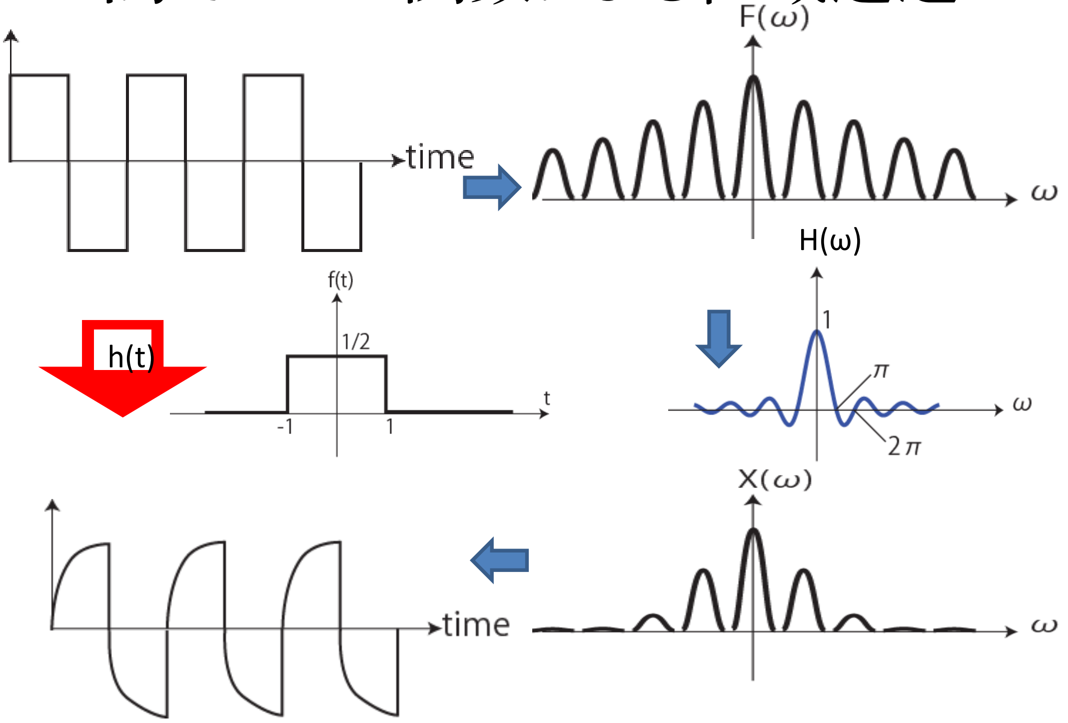
つまり，このh(t)のフーリエ変換H(ω)は，大雑把には
「低い周波数で大きな値をとり，高い周波数で小さな値をとる」
すなわち，低域通過フィルタ（LPF：Low Pass Filter)である.

時間領域での「平均化（平滑化）フィルタ」
≒周波数領域での「ローパスフィルタ」

実時間での矩形波による平均化
＝フーリエ空間でのsinc関数による低域通過

●入力：f(t)

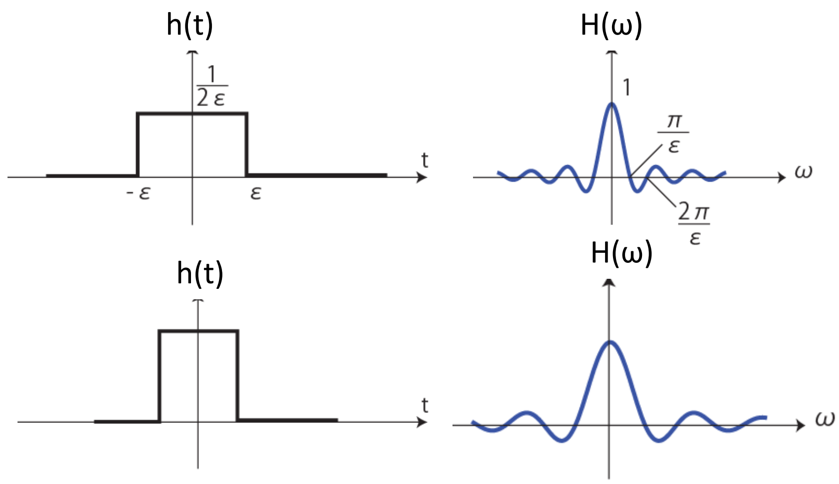
●出力：x(t)



$$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau \qquad X(\omega)=F(\omega)H(\omega)$$

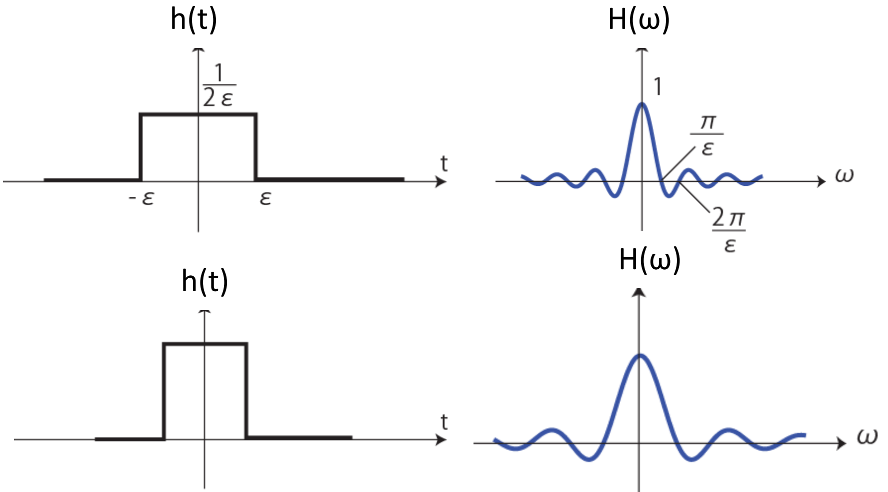
（復習）矩形波の幅が変わると？

$$h(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{2\varepsilon} & -\varepsilon\le t\le\varepsilon \\ 0 & otherwise\end{cases} \quad \Rightarrow \quad H(\omega)=$$



矩形波の幅を狭くする　⇒　フーリエ変換結果は幅広に

平均化の時間幅と周波数帯域の関係

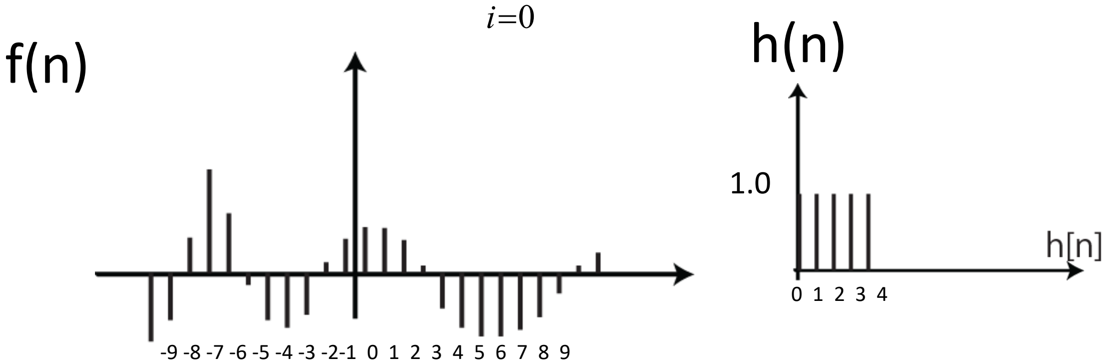


矩形波の幅を狭くする ⇒ フーリエ変換結果は幅広に

時間的な平均化（平滑化）フィルタの幅が広いほど
周波数的には低い周波数しか通さなくなる.

時間軸の離散化：FIRフィルタによる実装

$$x(n) = \sum_{i=0}^{\infty} h(i) f(n-i)$$



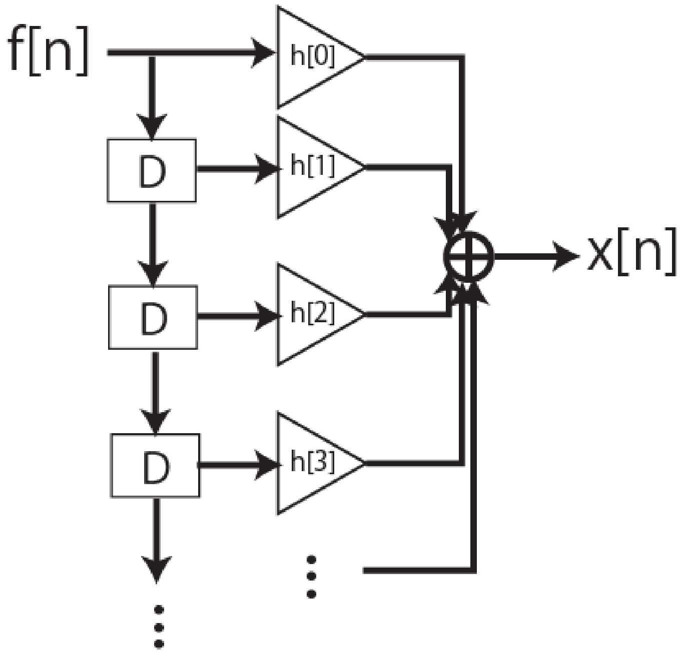
i=0から始める：未来のデータ が使えないことを意味する.
この例は，元データf(n)を，4個平均して出力する.

- 未来のデータが使えない例：リアルタイム制御
- 先のデータが使える例：画像処理

FIRフィルタの図的理解

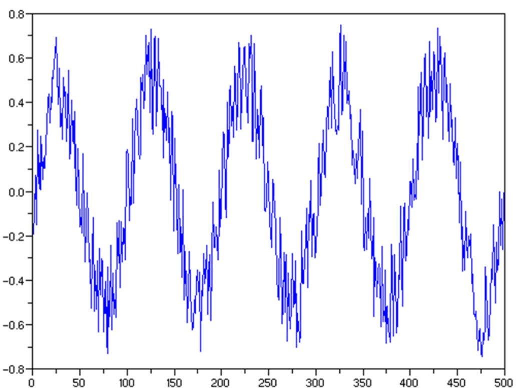
$x(n) =$

D:Delay，遅延器，メモリ.
h[n]：増幅器



FIR＝Finite Impulse Response
個々のインパルス応答を有限個足し合わせたもの.

平滑化フィルタの実例(1)



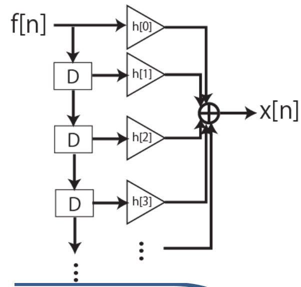
元の信号に
高周波ノイズが含まれている.

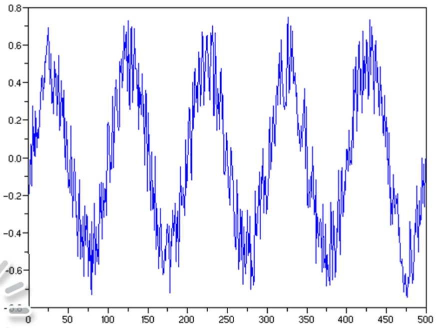
Scilabコード例

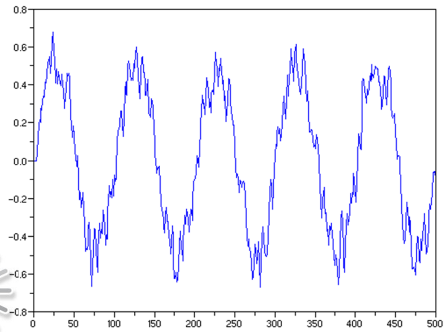
```
time = [0:0.01:100];

//振幅0.5の正弦波に最大振幅0.5のノイズが混入
wave=0.5*sin(time*2*%pi) + 0.5*(rand(time)-0.5);
playsnd(wave);
savewave('wave.wav',wave);
plot(wave(1:500));
```

平滑化フィルタの実例(2)

メモリを三つ持ったFIRフィルタによって平滑化





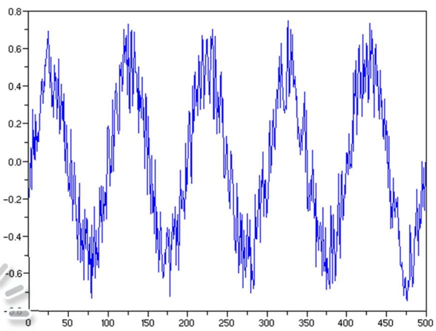


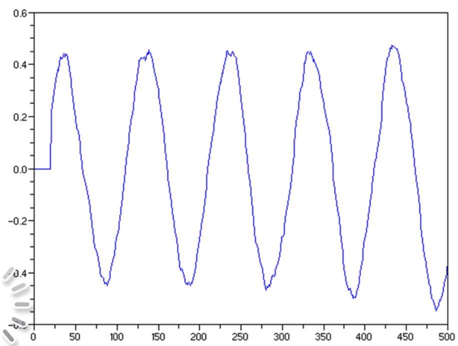
Scilabコード例

```
time = [0:0.01:100];
//振幅0.5の正弦波に最大振幅0.5のノイズが混入した信号
wave=0.5*sin(time*2*%pi) + 0.5*(rand(time)-0.5);

out=zeros(wave);
//3つを平均する.
for n=3:length(wave),
  for i=0:2,
    out(n)=out(n)+wave(n-i)/3;
  end
end
playsnd(out);
savewave('wave.wav',out);
plot(out(1:500));
```

平滑化フィルタの実例(3)

メモリを20個持ったFIRフィルタによって平滑化





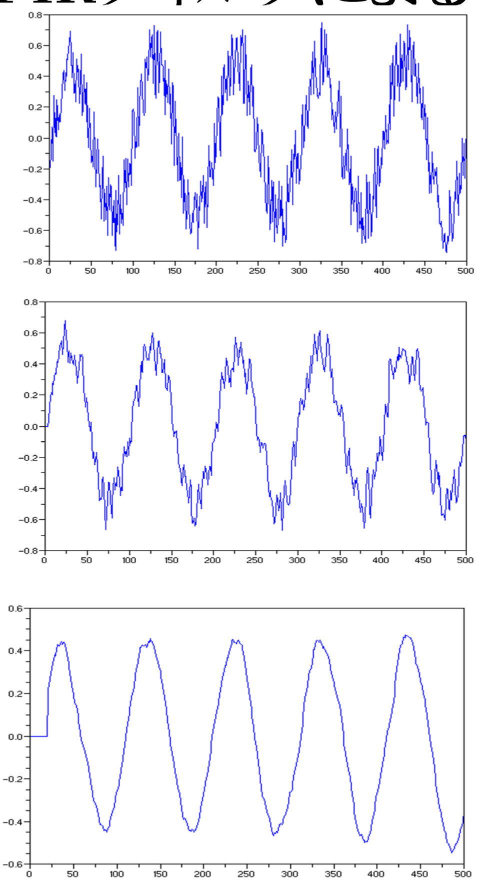
Scilabコード例

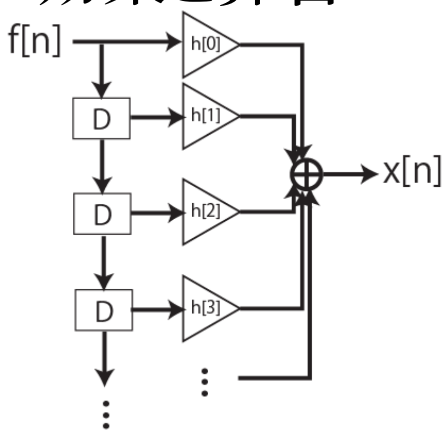
```
time = [0:0.01:100];
//振幅0.5の正弦波に最大振幅0.5のノイズが混入した信号
wave=0.5*sin(time*2*%pi) + 0.5*(rand(time)-0.5);

out=zeros(wave);

//20個を平均する.
for n=20:length(wave),
  for i=0:19,
    out(n)=out(n)+wave(n-i)/20;
  end
end

playsnd(out);
savewave('wave.wav',out);
plot(out(1:500));
```

（参考）Pythonコード

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import simpleaudio as sa

time = np.arange(0,100,0.01)
wave = 0.5 * np.sin(2.0 * np.pi * time) + 0.5 * (np.random.rand(
np.size(time)) - 0.5)
out = np.zeros(np.size(wave))
for n in range(20,np.size(wave)):
    for i in range(0,20):
        out[n] = out[n] + wave[n-i]/20

audio = out * (2**15 - 1) / np.max(np.abs(out))
audio = audio.astype(np.int16)
play_obj = sa.play_buffer(audio, 1, 2, 44100)
play_obj.wait_done()
plt.plot(out[:500])
plt.show()
```

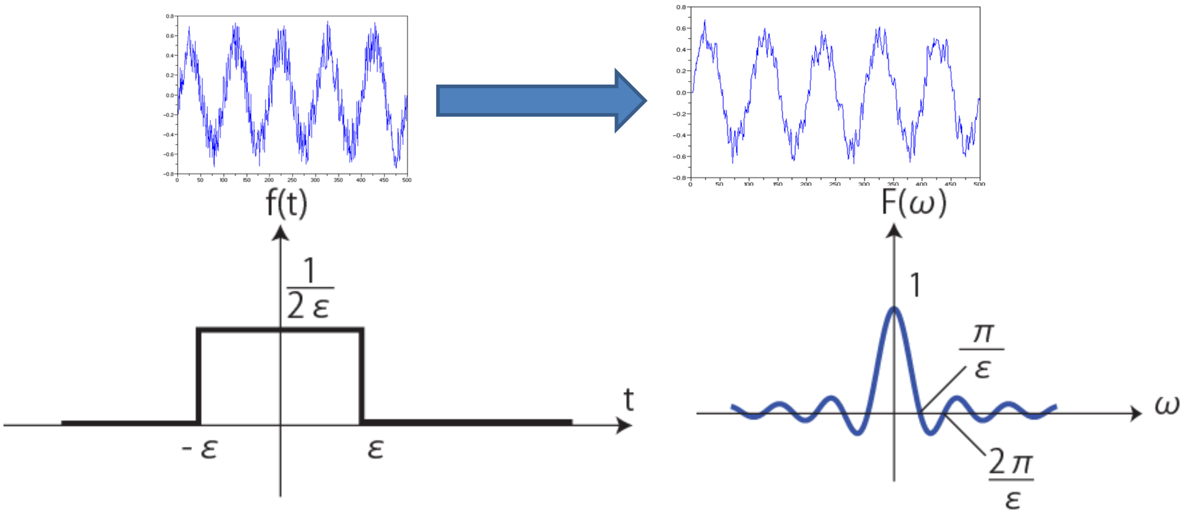
FIRフィルタによる平滑化の効果と弊害





ステップ数が多くなるほど
＜効果＞
平滑化の効果が高い
（＝低域の通過周波数が下がる）
＜弊害＞
計算量の増大
ステップ数分の「時間遅れ」が必ず生じる

どのくらいの周波数まで通過させるか

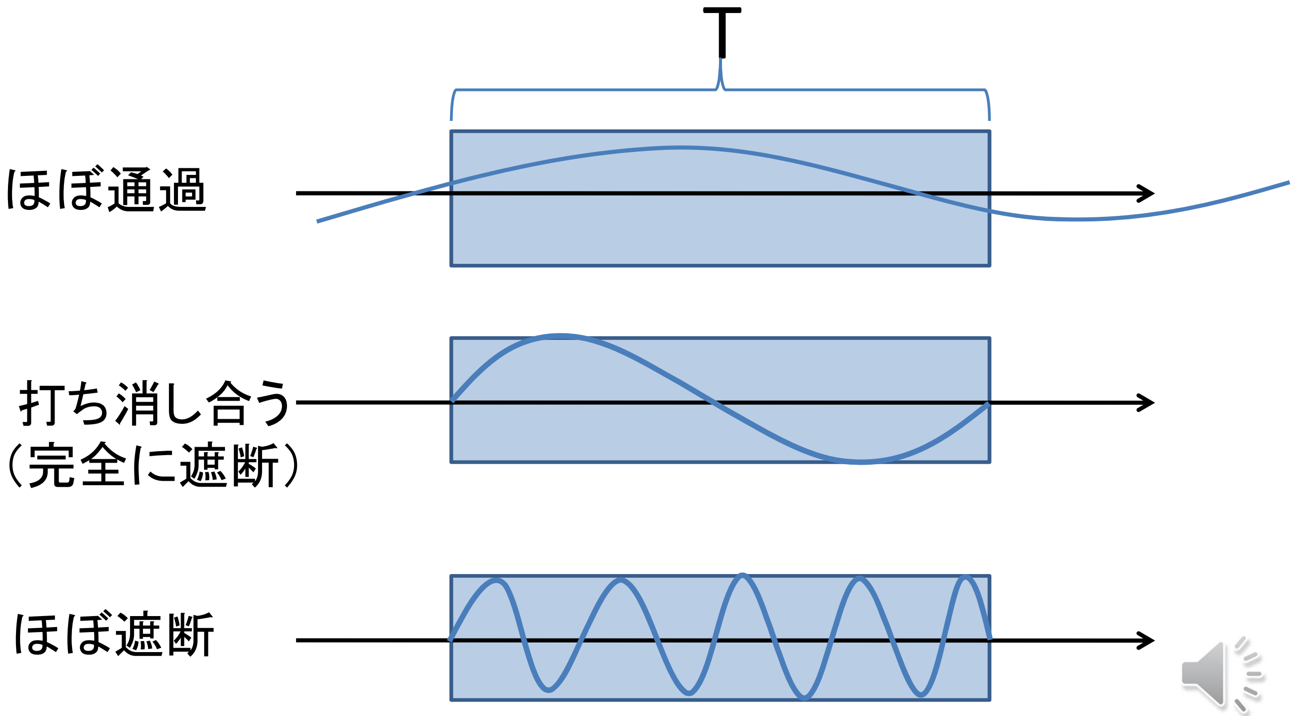


幅2εの矩形波のフーリエ変換：角周波数π/εで0

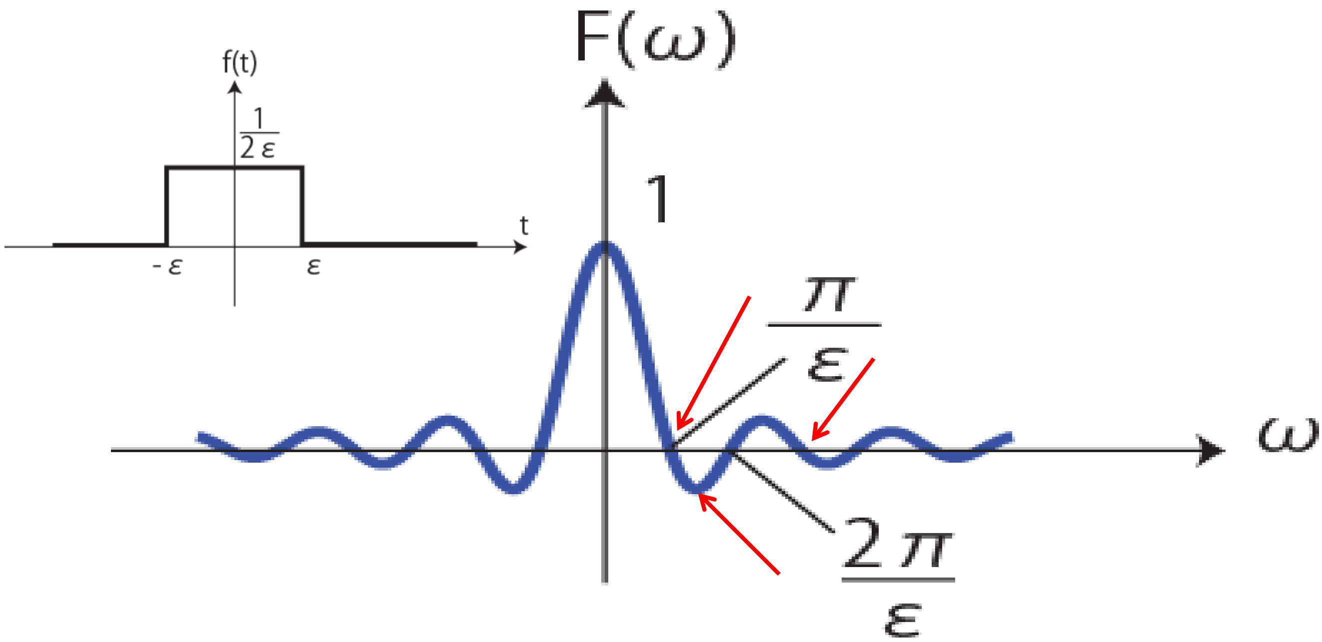
時間幅Tで平均化する場合：
角周波数2π/T（周波数1/T)(以上)の波を遮断.

平均化による遮断のイメージ

時間幅Tの平均化：周波数1/T (以上)の波を遮断.



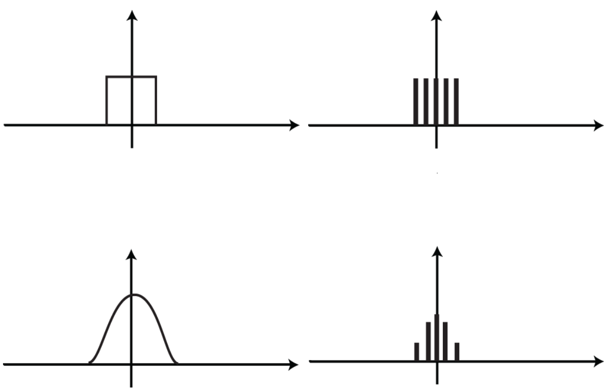
単純平均化によるローパスの落とし穴



特定の周波数は全く通さないが，高周波成分の遮断が周期的ふるまいを示す.

実際のローパス

周波数空間での周期的ふるまいを無くすため，なだらかにする.

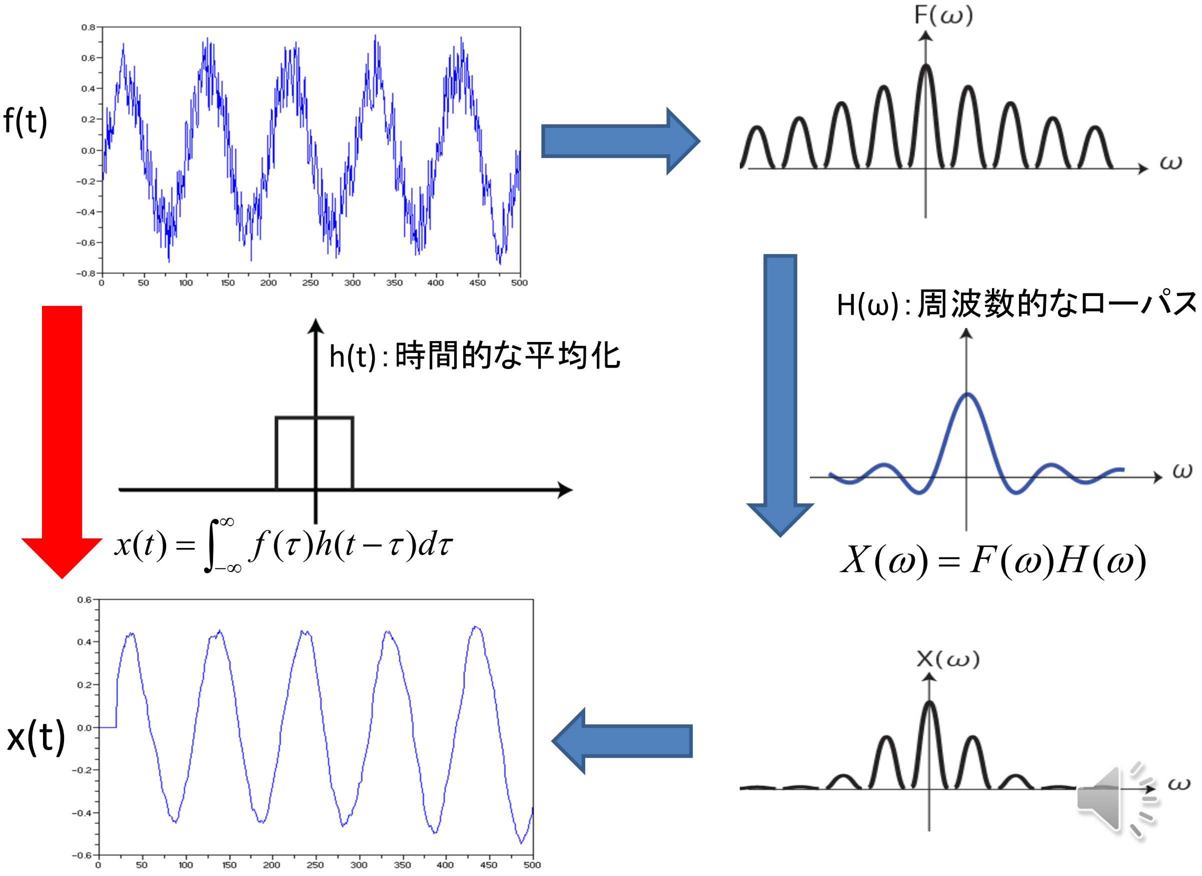


画像の世界では．．．「ガウスぼかし」

平均化によるローパスフィルタ：まとめ

●入力：f(t)

●出力：x(t)

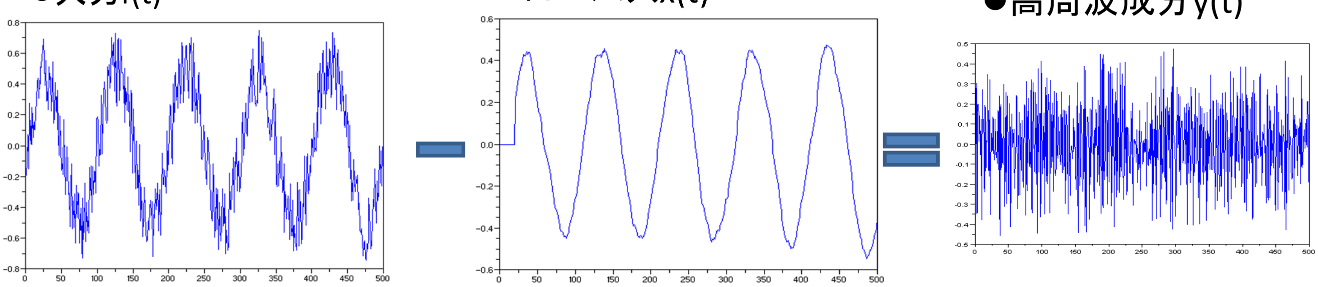


逆に高い周波数成分だけ取り出すには？

●ローパスフィルタ：低い周波数成分だけを取り出した

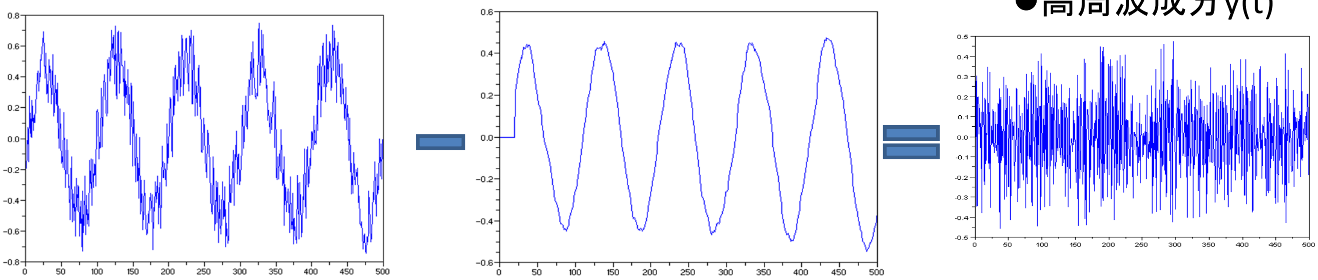
●元信号と低周波信号の差をとれば，高周波数成分だけ取り出せる？

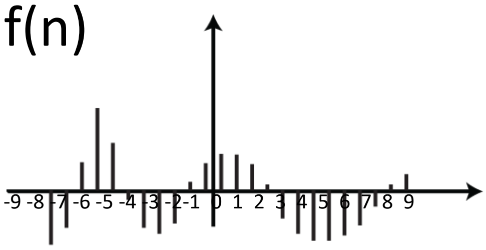
●入力f(t)　●ローパスx(t)　●高周波成分y(t)

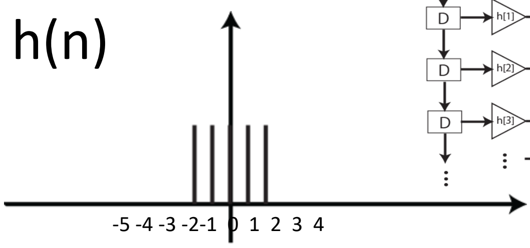


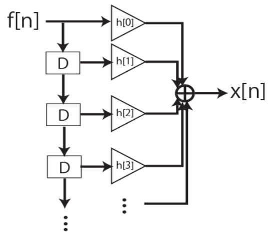
ハイパスフィルタのFIRフィルタによる実装

●入力f(t)　　　　　　●ローパスx(t)　　　　　　●高周波成分y(t)









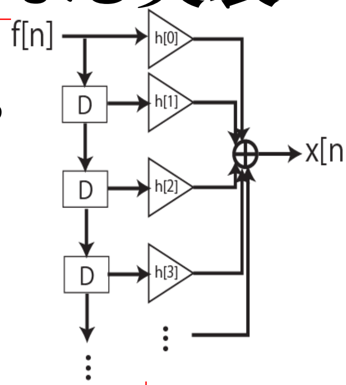
ローパス例：x(n)=(f(n+2) + f(n+1) + f(n) + f(n-1) + f(n-2))/5
ハイパス例：y(n)=f(n)-x(n)
=-1/5･f(n+2) -1/5･f(n+1) +4/5f(n) -1/5･f(n-1) -1/5･f(n-2)

ハイパスフィルタのFIRフィルタによる実装

ローパス：
強　x(n)=(f(n+2) + f(n+1) + f(n) + f(n-1) + f(n-2))/5
↑　x(n)=(f(n+1) + f(n) + f(n-1) + f(n-2))/4
↓　x(n)=(f(n+1) + f(n) + f(n-1))/3
弱　x(n)=(f(n) + f(n-1))/2

ハイパス：y(n)=f(n)-x(n)

ローパスが{強い･弱い}ほど，ハイパスは{弱く･強く}なる



最も簡単な場合：

x(n)=(f(n) + f(n-1))/2

ハイパス：

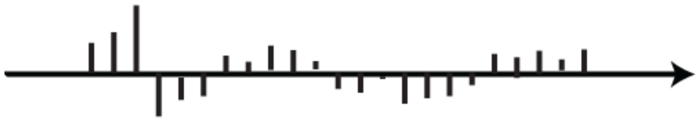
y(n) = f(n)-x(n) =

つまり，直前との「差分（微分）」．

ハイパスフィルタ≒微分フィルタ

●入力f(t)

●高周波成分y(t)



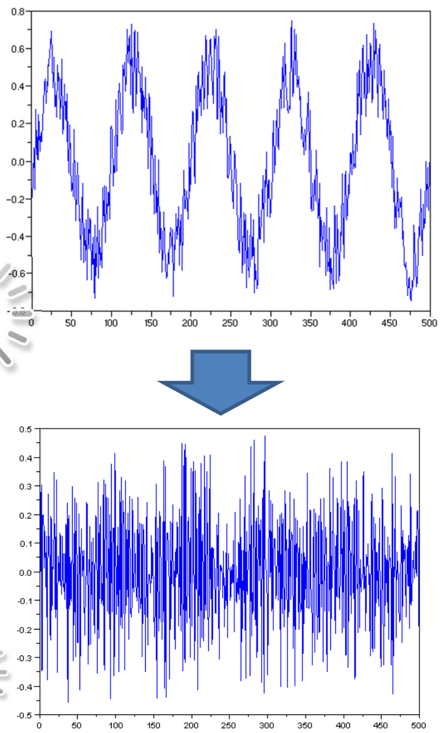
y(1) = (f(1) - f(0))/2
y(2) = (f(2) - f(1))/2
y(3) = (f(3) - f(2))/2...

用語整理

（周波数表現）		（時間軸表現）
ローパスフィルタ＝低域通過フィルタ	＝	平滑化フィルタ
ハイパスフィルタ＝高域通過フィルタ	＝	微分フィルタ

ハイパスフィルタの例

直前との差分によってハイパス

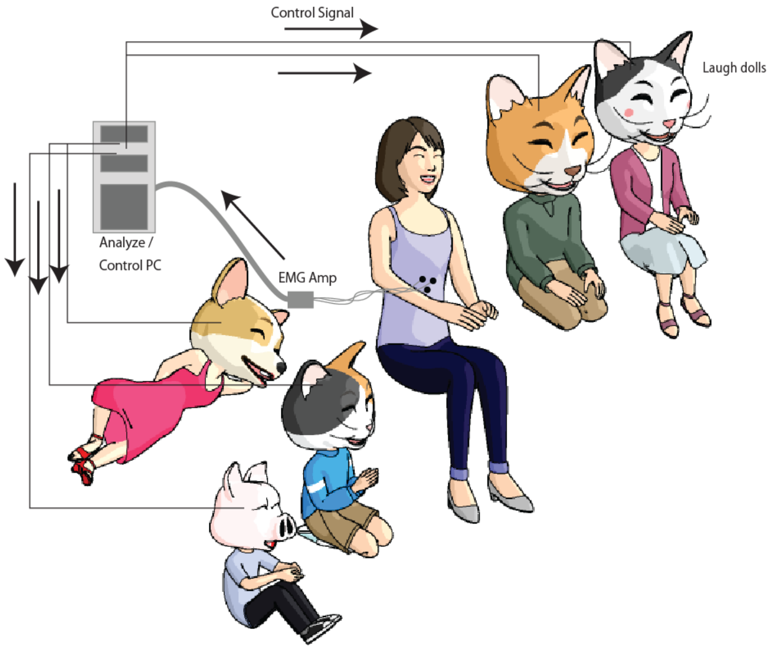


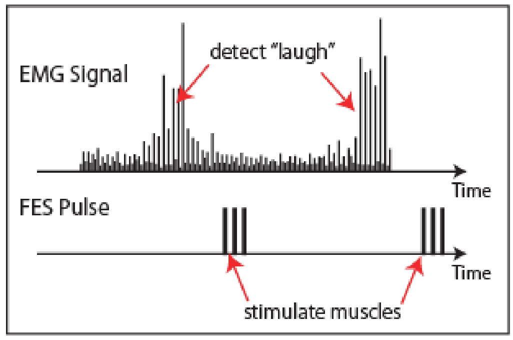
Scilabコード例

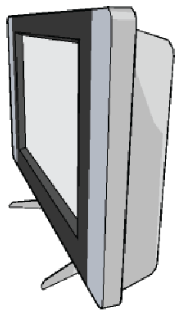
```
time = [0:0.01:100];
//振幅0.5の正弦波に最大振幅0.5のノイズが混入した信号
wave=0.5*sin(time*2*%pi) + 0.5*(rand(time)-0.5);

out=zeros(wave);

//差分をとる
for n=2:length(wave),
  out(n)=wave(n)-wave(n-1);
End

playsnd(out);
savewave('wave.wav',out);
plot(out(1:500));
```

フィルタリング．．．研究の現場で

筋電計測による笑いの検出→増幅は可能か？

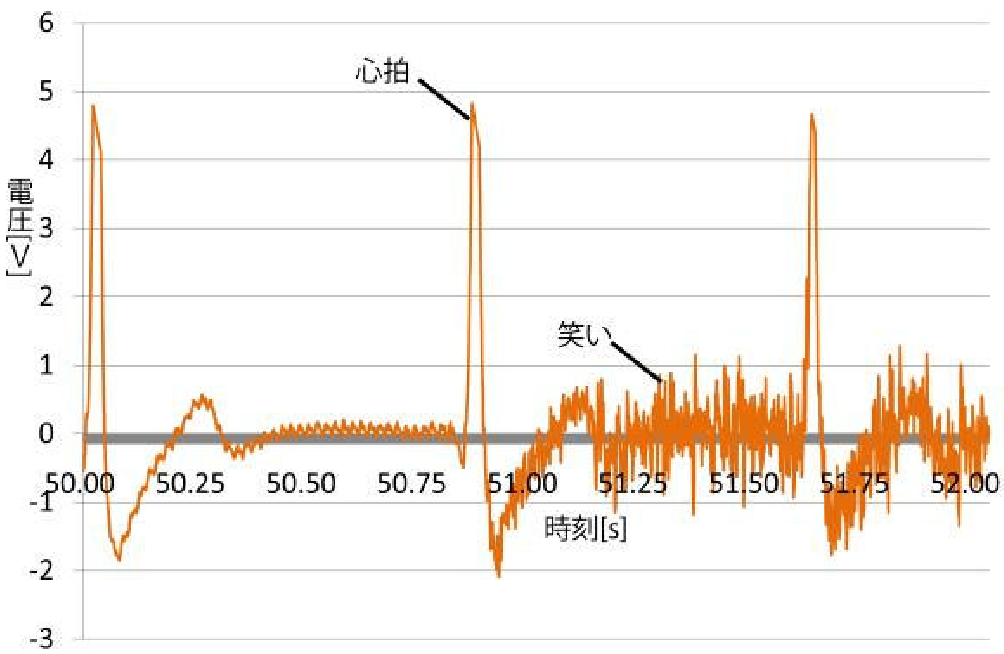




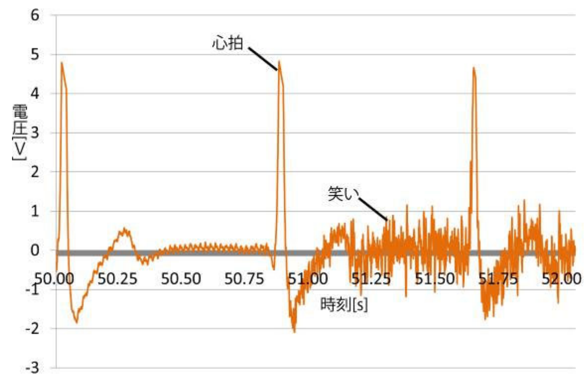


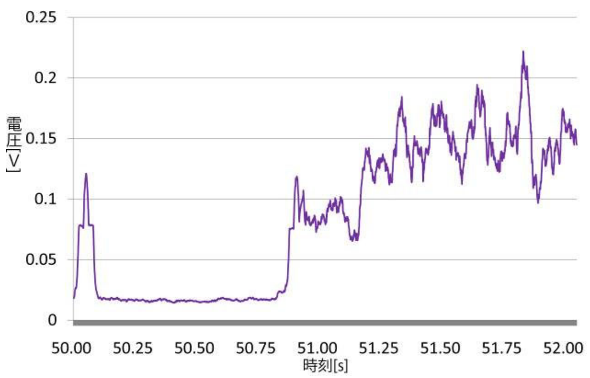
研究の現場で

筋電計測：
●心拍による成分：非常に大きいが，低周波
●笑いによる成分：小さいが，高周波

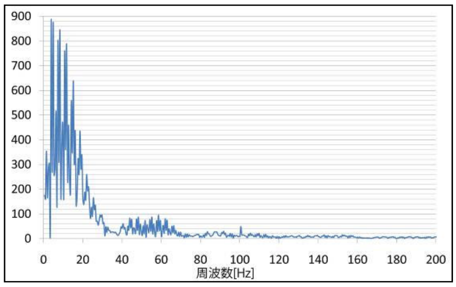


研究の現場で

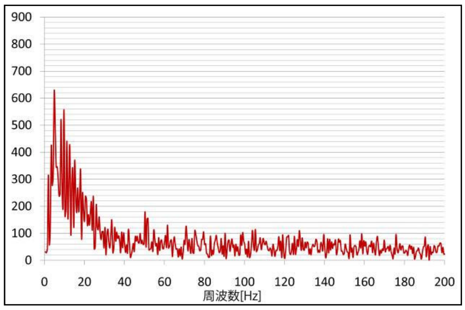




笑っていない時のパワースペクトル



笑っている時のパワースペクトル



（1）ハイパスフィルタで笑い成分を抽出

（2）絶対値化フィルタで正の値に変換

（3）ローパスフィルタで笑い領域を確定

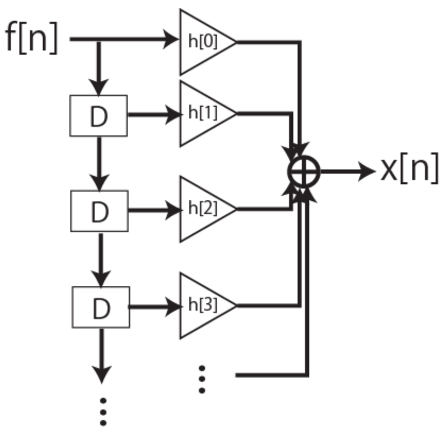
参考：エコー

エコー＝時間遅れ信号の重畳.
これもFIRフィルタで実装できる.

Scilabコード例

```
[wave,f] = loadwave('aiueo.wav');
//1000ステップごとのエコーを10回重ねる例
out=[zeros(wave),zeros(1,10000)];
for i=0:9,
   out=out+[zeros(1,1000*i), wave,
[zeros(1,10000-1000*i)]];
end
//plot(wave);
savewave('foo.wav',out,f(3));
```

(2020/6/18追記：前回のコードだと今のScilabで動かない事がわかったのでコードを修正しました）



原音

1000ステップ前の
信号を重畳

1000ステップ前＋
2000ステップ前の
信号を重畳

沢山重畳

レポート課題1

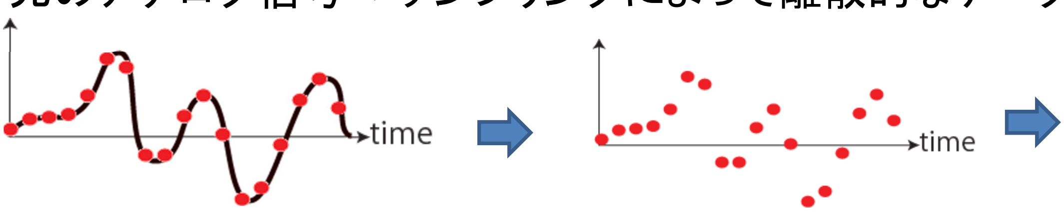
適当なwaveファイルに対して次の三つの操作を行う.
（１）FIRフィルタによるローパスフィルタをかけて音をくもらせる.
（２）FIRフィルタによる適当なハイパスフィルタをかけて音をとがらせる.
（３）エコーを掛けてカラオケのようにする.

Scilab (or python)のソースファイルのみ添付すること（原音のwaveファイルは不要です）

※注：Waveファイルの形式によってはScilabで扱えない場合があります。

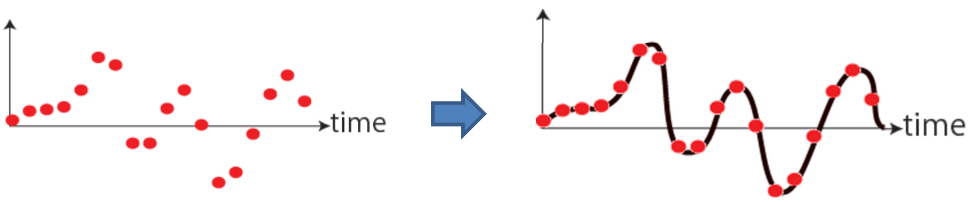
PCで信号を扱う＝離散化

●元のアナログ信号⇒サンプリングによって離散的なデータに



$$\begin{pmatrix} 0.00 \\ 0.10 \\ 0.11 \\ \vdots \\ 0.35 \end{pmatrix}$$

●離散化の間隔が十分狭ければ...



元に戻せそう

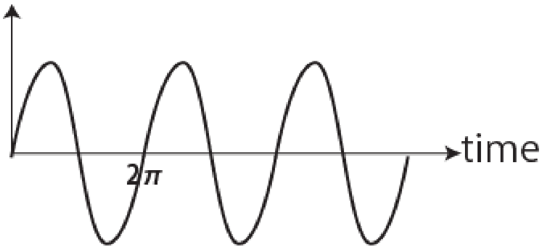
●離散化の間隔が広いと...

元に戻せなそう

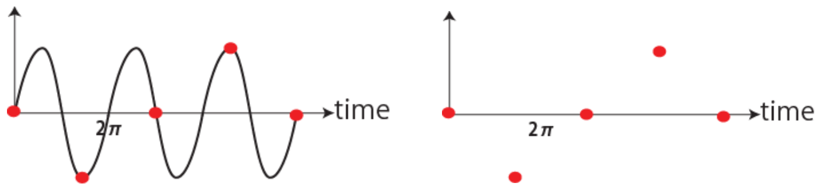
この違いはなんだろうか？ 「元に戻す」とはなんだろうか？

元に戻せない(＝元が推測できない)場合

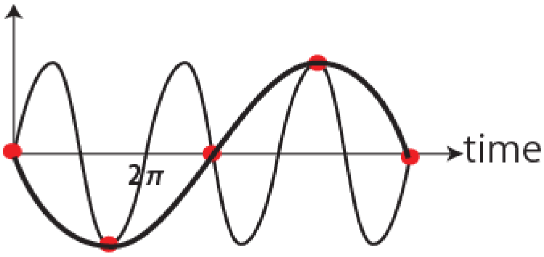
元の信号：sin(x)，周期2π



離散化の間隔　3/2 π



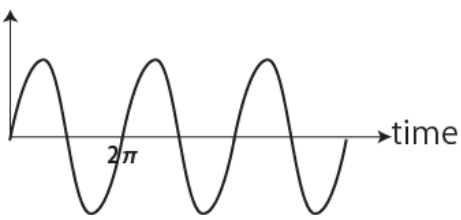
なめらかに結ぶと…



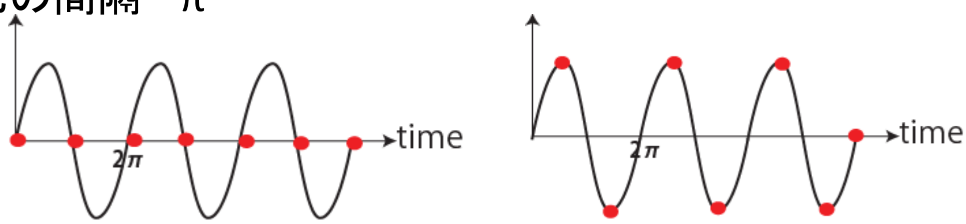
元と全く異なる波形となる＝エリアシング

離散化に際して：ナイキスト周波数

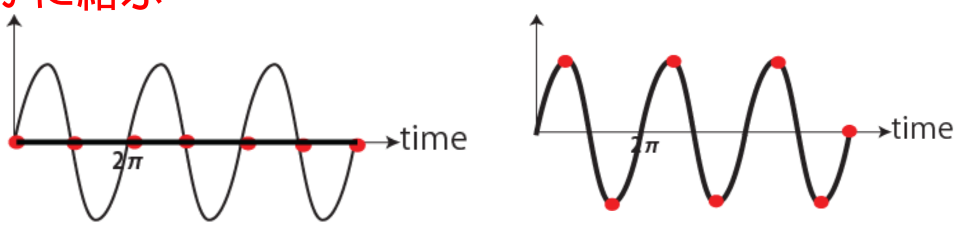
元の信号：sin(x)，周期2π



離散化の間隔　π



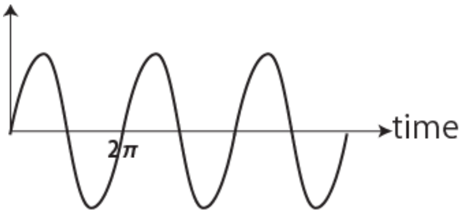
なめらかに結ぶ



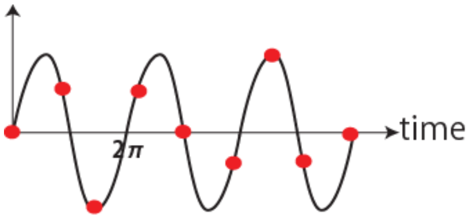
うまくいく場合と、うまくいかない場合がありそう

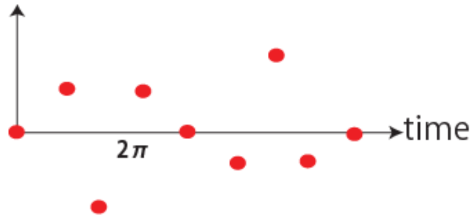
離散化に際して：ナイキスト周波数未満

元の信号：sin(x)，周期2π

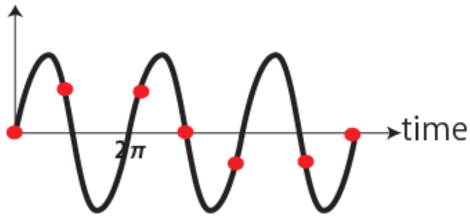


離散化の間隔　3/4π





正弦波でなめらかに結ぶ



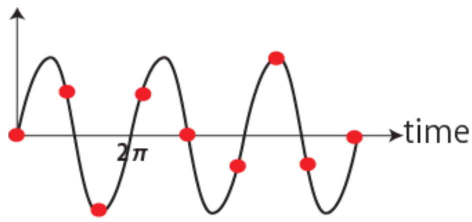
元の波形が再現できる！！

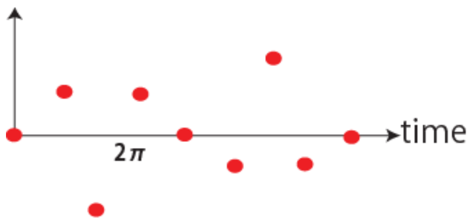
サンプリング定理（標本化定理）

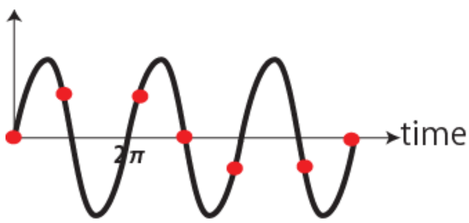
元信号に含まれる最高周波数の，

倍より高い周波数でサンプリング（標本化）していれば，

元の信号はサンプリング点から完全に再生できる．

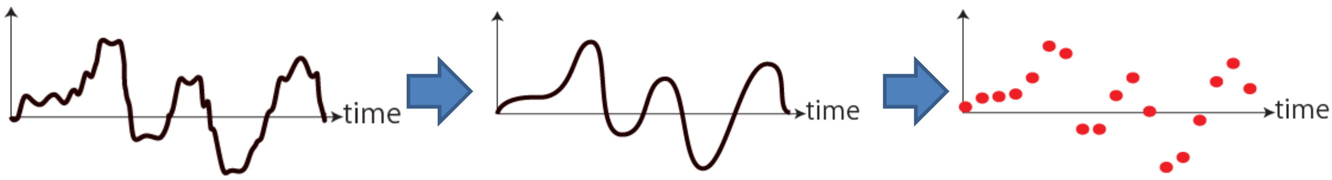






倍の周波数＝ナイキスト周波数

サンプリング定理（標本化定理）



逆に，エリアシングを生じないために，

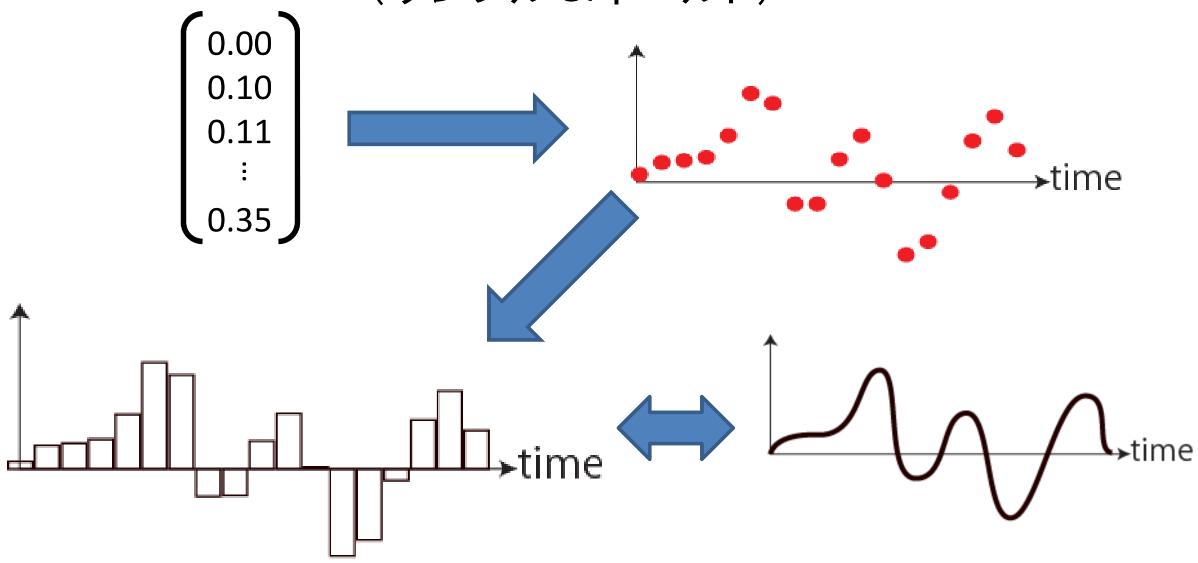
サンプリング周波数の半分以上の周波数は，**あらかじめカット**する必要がある．（後でカットしても意味無し！）

カットしないとエリアシングを生じ，偽の低い周波数が観察される．
（例）蛍光灯下の扇風機，テレビ画面のビデオ撮影

カットはアナログ回路によるローパスフィルタなどを用いる事が多い

サンプリングデータを元に戻す（再生）とは？

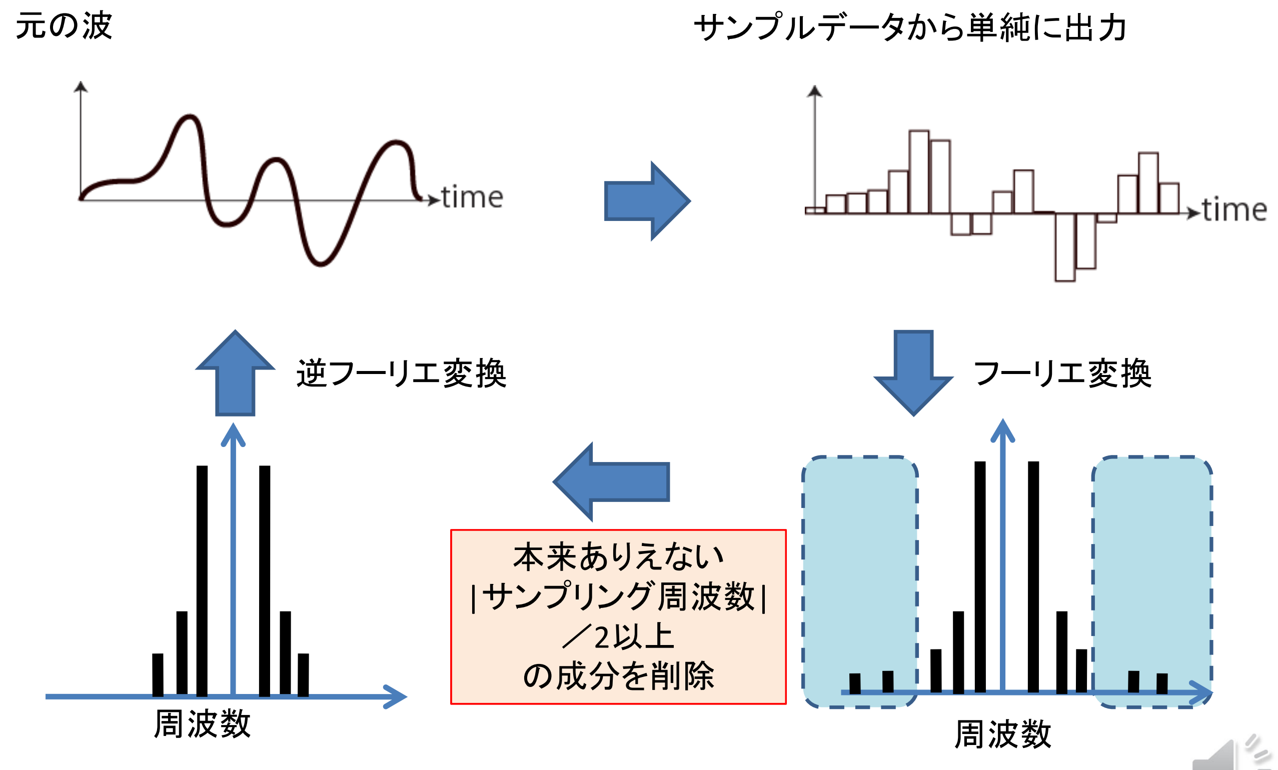
一番簡単な方法：サンプリングされたデータを、単純に電圧出力する
（サンプル＆ホールド）



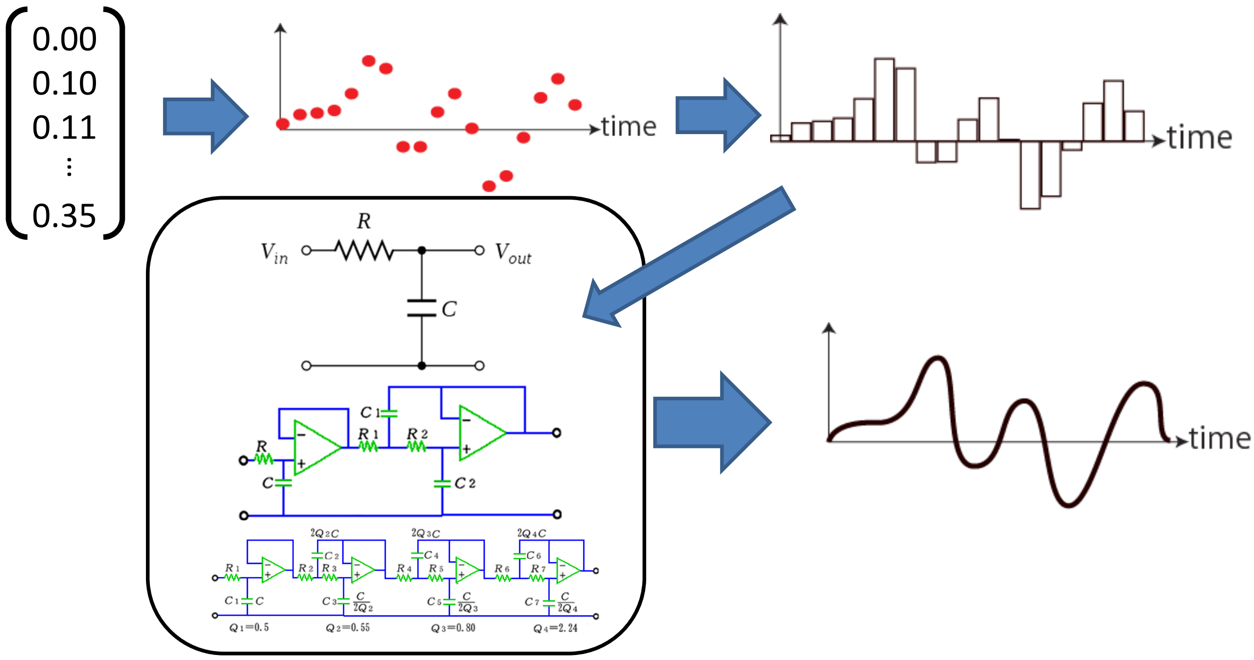
大体同じ。でも微妙な違い

元の波が、ナイキスト周波数未満の成分しかないとすると、
単純に、「高い周波数をカットすれば元に戻る」はず

元の波に含まれない周波数をカット(イメージ)



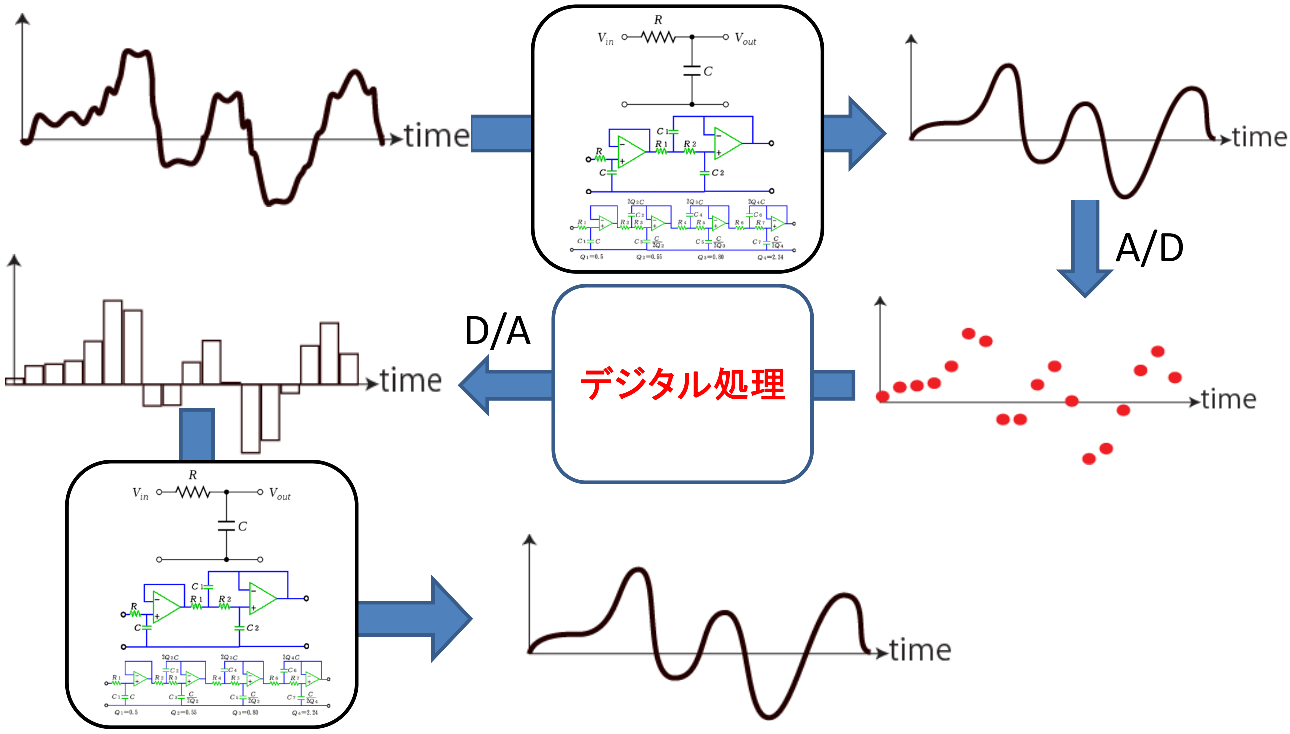
サンプリングデータ(デジタルデータ)からアナログ波形の出力の実際



実際には**アナログ回路**で高周波成分をカットする場合がほとんど

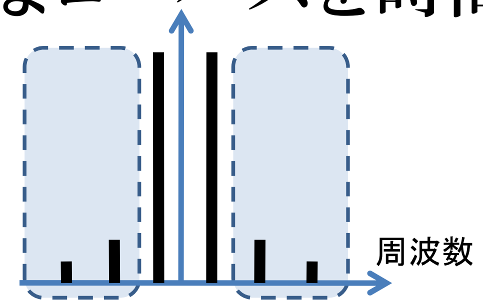
カット周波数＝サンプリング周波数の半分

「デジタル」処理のための「アナログ」処理まとめ



①A/D前にサンプリング定理を満たすためのローパス
②D/A後にサンプリング定理を満たすためのローパス

理想的なローパスを時間領域で考えると？



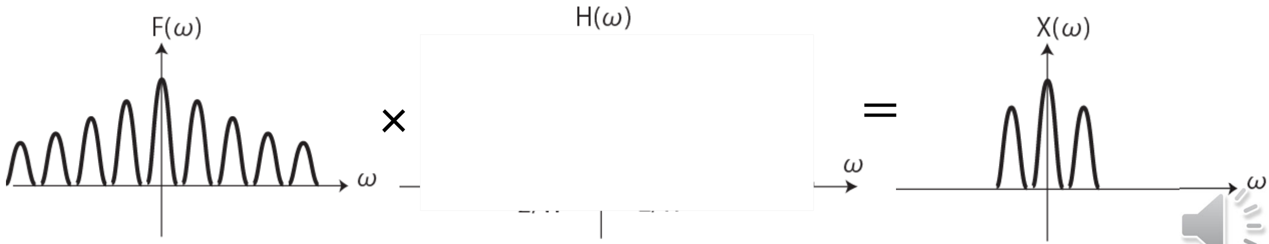
本来ありえない
|サンプリング周波数|
／2以上
の成分を削除

信号のフーリエ変換F(ω)にフィルタH(ω)をかけることを意味する

X(ω）＝H(ω)×F(ω)

$F(\omega) \longrightarrow \boxed{H(\omega)} \longrightarrow X(\omega)$

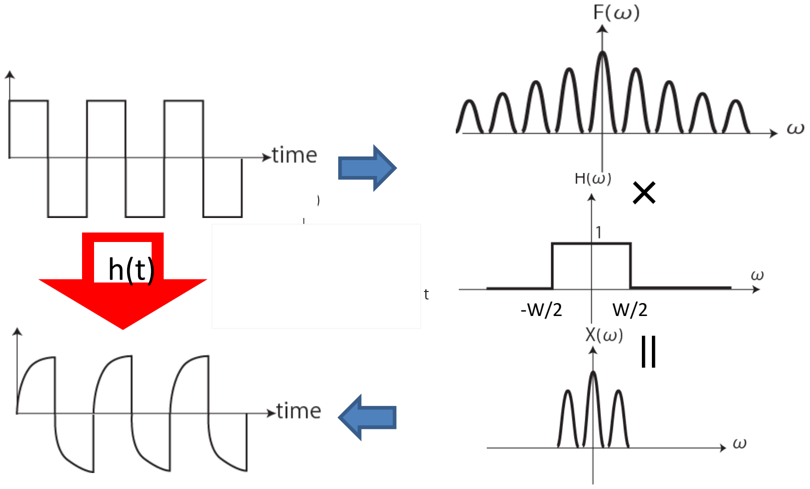
H(ω)=



理想的低域通過フィルタ：時間領域では？

●入力：f(t)

●出力：x(t)



$$H(\omega)=\begin{cases}1 & (|\omega|<W/2)\\ 0 & (|\omega|\geqq W/2)\end{cases}$$

逆フーリエ変換でh(t)を求めてみる

$h(t) =$

=

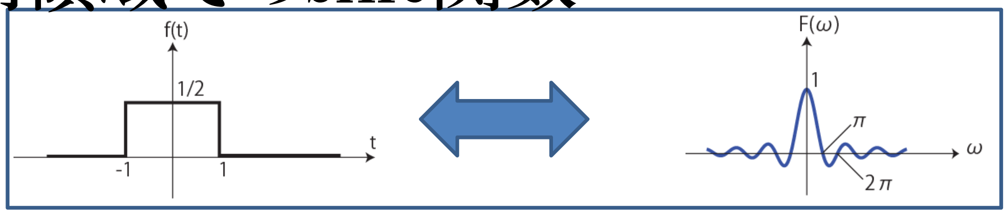
=

=

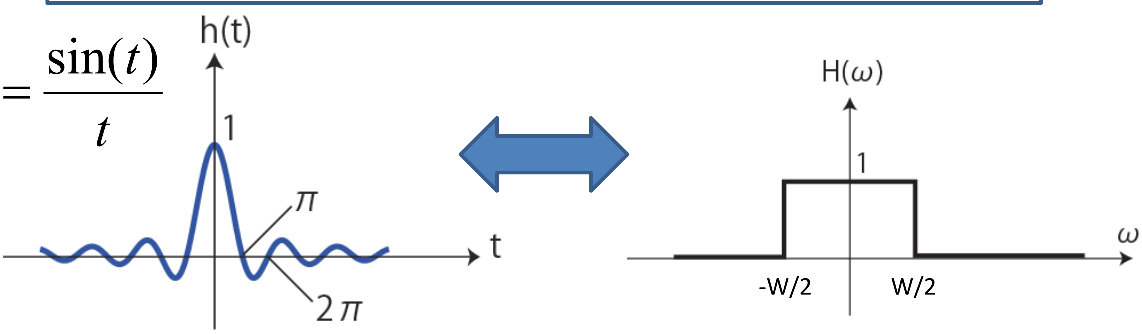
=

=

時間領域でのsinc関数



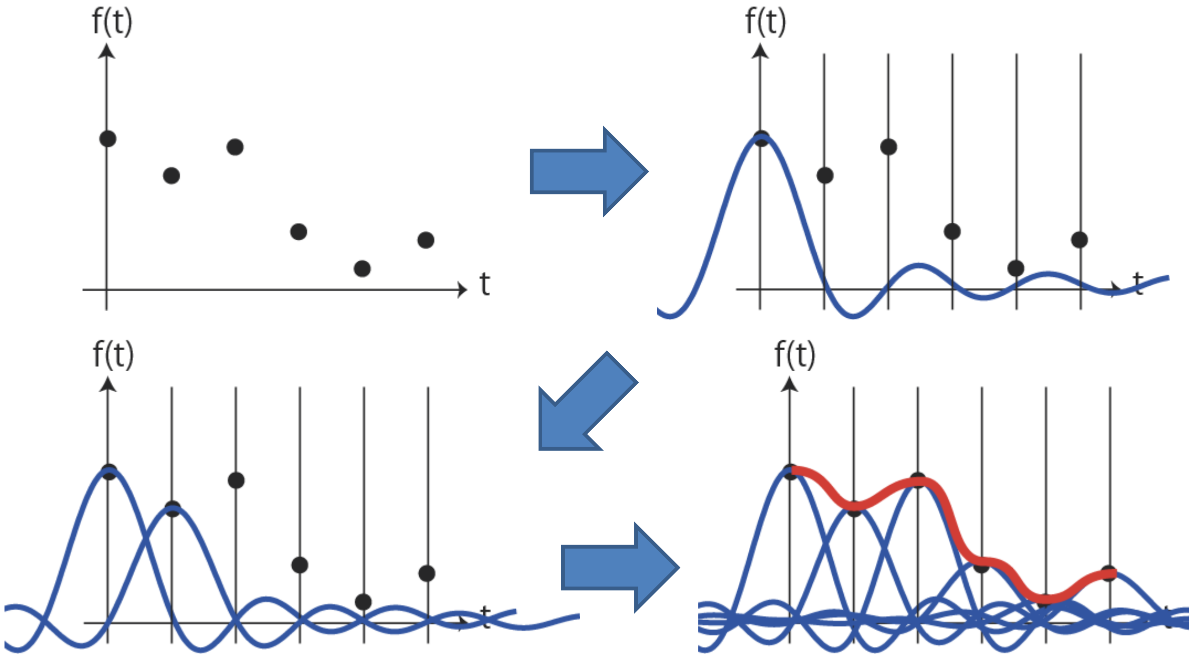
$$h(t)=\frac{\sin(t)}{t}$$



周波数領域での理想的な低域通過フィルタは、
時間領域でのsinc関数に他ならない

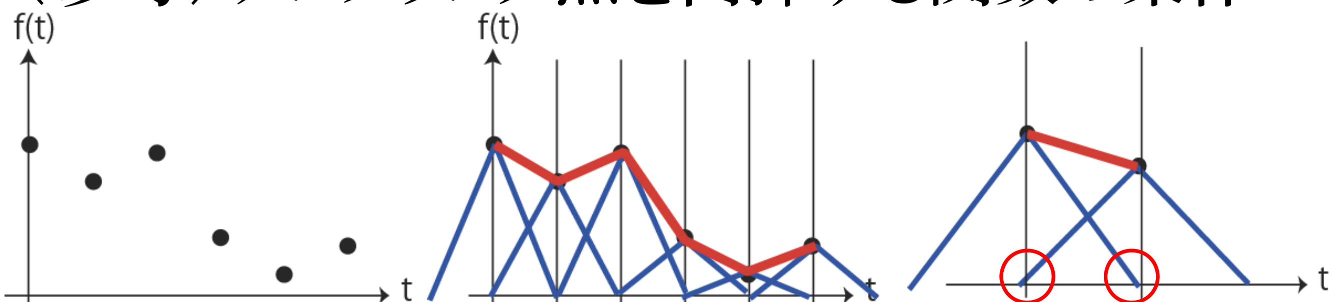
ただし無限に長いフィルタになるので、
結局矩形波（＝平均化）や、よりなだらかな波形が用いられる。

（参考）サンプリング点を「なだらかに内挿する」関数としてのsinc関数

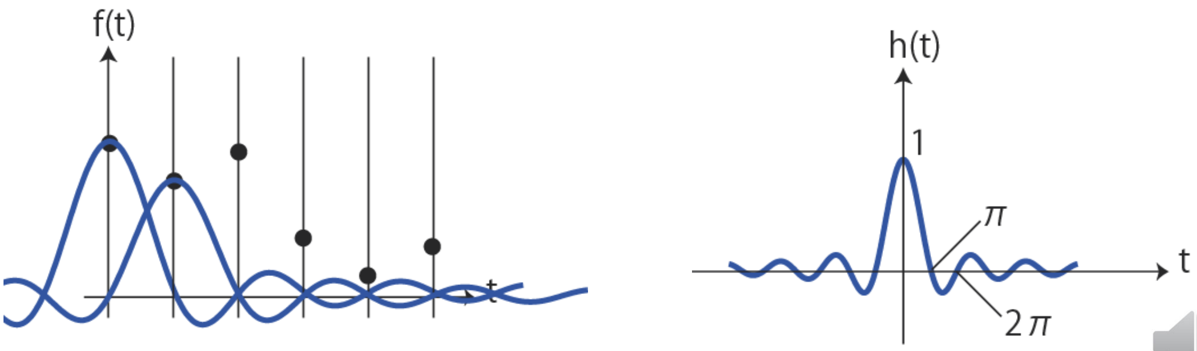


Sinc関数での「畳込み積分」:
サンプリング点ごとにsinc関数を重ねあわせていく操作に相当

（参考）サンプリング点を内挿する関数の条件

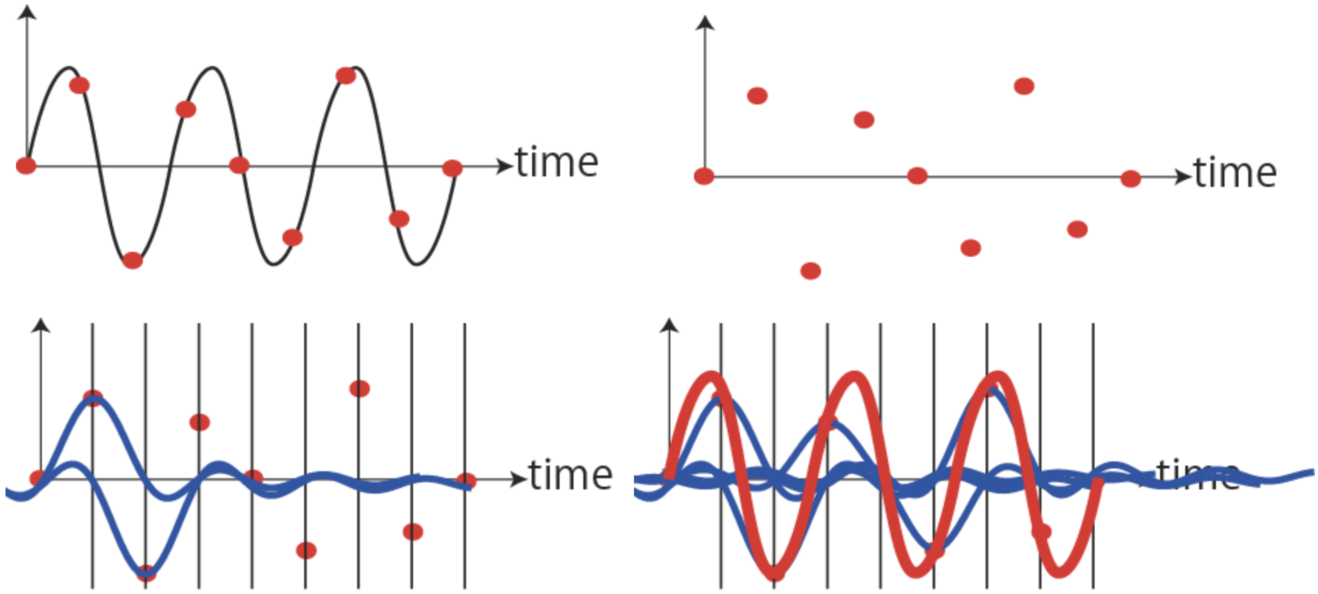


最も簡単な内挿＝線形補間。この場合基礎となる関数は孤立三角波
各関数の合算結果がサンプリング点を通過するためには、
基礎となる関数が、サンプリング点で0にならなければならない。



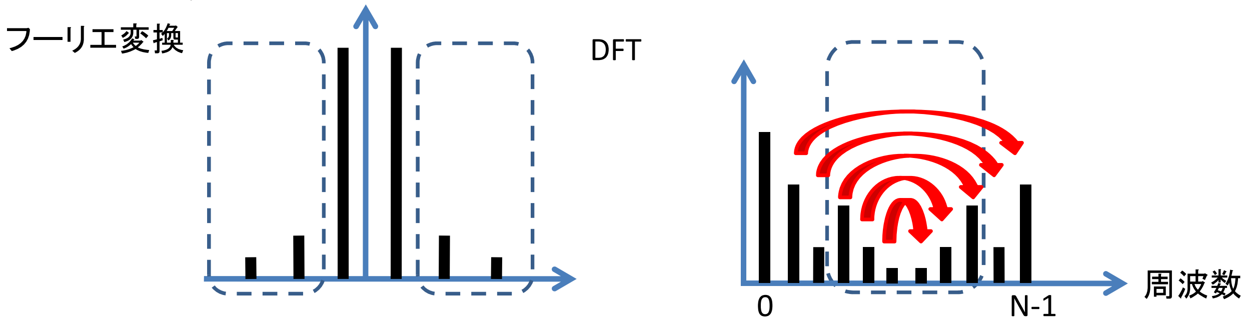
Sinc関数はこの条件を満たしている。

（参考）サンプリング定理ぎりぎりの波形も

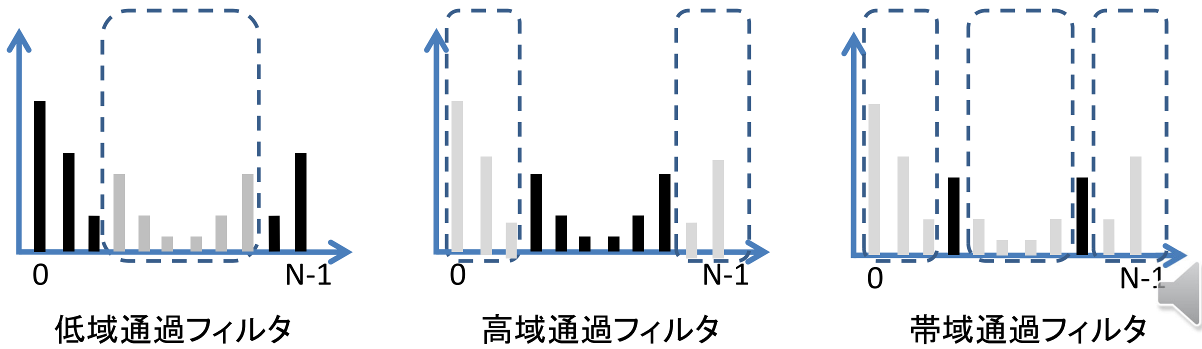


サンプリング定理ギリギリの波形のサンプリング結果も、
Sinc関数で理論通りに内挿するとちゃんと元に戻る

周波数領域でのフィルタリング処理



フーリエ変換に対するフィルタリング：原点対称
DFTに対するフィルタリング：中心対称に作用させる必要



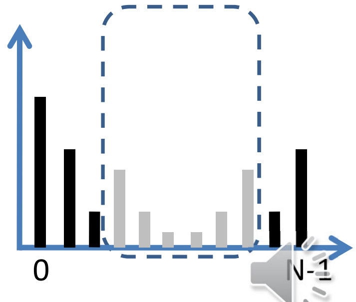
レポート課題2 （余裕のある人のみ）

低域通過フィルタによって、三角波を正弦波にする。

（1：時間領域での処理）レポート課題1と同様のFIRフィルタをかけ、波形が正弦波に近づいていくことを観察せよ

（2：周波数空間での処理）三角波のフーリエ変換結果に対して、周波数領域で低域を通過させた後、逆フーリエ変換で波形を元に戻せ。

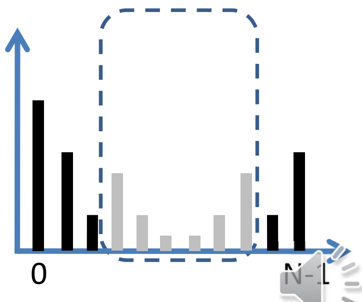
理解してほしいこと：時間領域での処理（畳込み積分）と周波数空間での処理が同じ結果を生むことを認識。



低域通過フィルタ

レポート課題2(2) 参考（ほぼ答え）

```
wave=[-49:50];    //一周期100の三角波
wave = [wave,wave,wave,wave,wave]; //5回繰り返す。つまり500要素の波形
plot(wave);
fourier = fft(wave);  //フーリエ変換。500要素のベクトル

//パワースペクトルを計算
//power_spec = fourier .* conj(fourier);
//plot(power_spec);    //計算結果を表示

//フーリエ変換結果から高域を取り除く。どこからどこまで取り除くかは、パワースペクトルの観察で見極める。DFT結果に対しては左右対称に取り除くことに注意
//Scilabでは配列の添字が1から始まることに注意
for i=
  fourier(i)=0;
end

wave2=ifft(fourier); //逆フーリエ変換
plot(wave2);
```



低域通過フィルタ