

インタラクティブシステム論 第4回

梶本裕之



日程



講義番号	講義日	講義内容
-	5/8	休講 (全学のオンライン講義説明会)
1	5/15	イントロダクション Scilab課題 上記資料のPython版
2	5/22	フーリエ変換
3	5/29	フーリエ変換と線形システム
4	6/5	信号処理の基礎
5	6/12	信号処理の応用1(相関)
6	6/19	信号処理の応用2(画像処理)
-	6/26	中間確認テスト (現在のところ大学を予定) 自習に変更
7	7/3	ラプラス変換
8	7/10	古典制御の基礎
9	7/17	行列
10	7/24	行列と最小二乗法
11	7/31	ロボティクス
-	8/7	期末テスト準備 (自習)
-	8/14	期末確認テスト (現在のところ大学を予定)



中間確認テストは自習に変更

オンライン化継続の必要性から、中間確認テストは自習に変更します。自習の内容は第6回以降にオンライン掲示します。

なお、これにともない期末テストの範囲は授業全体となりますので、**中間の時期にこの自習をしておくことを強く推奨します。**

中間までの自習教材の掲示

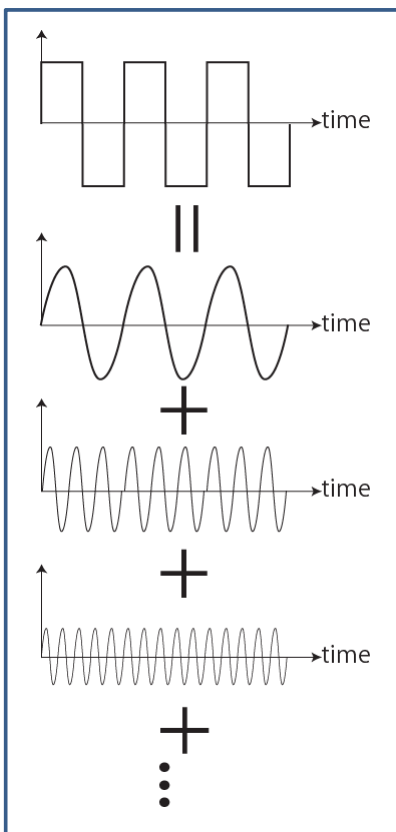
期末試験の範囲(自習教材から数値等を変えて出題)

中間～期末の自習教材の掲示

講義番号	講義日	講義内容
-	5/8	休講 (全学のオンライン講義説明会)
1	5/15	イントロダクション
		Scilab課題
		上記資料のPython版
2	5/22	フーリエ変換
3	5/29	フーリエ変換と線形システム
4	6/5	信号処理の基礎
5	6/12	信号処理の応用1(相関)
6	6/19	信号処理の応用2(画像処理)
-	6/26	中間確認テスト (現在のところ大学を予定) 自習に変更
7	7/3	ラプラス変換
8	7/10	古典制御の基礎
9	7/17	行列
10	7/24	行列と最小二乗法
11	7/31	ロボティクス
-	8/7	期末テスト準備 (自習)
-	8/14	期末確認テスト (現在のところ大学を予定)



(復習): フーリエ級数展開



周期Tの波形 $f(t)$ は次のように分解できる

$$f(t) = a_0 + \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos(2\pi m t / T) + \sum_{m=1}^{\infty} b_m \sin(2\pi m t / T)$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \quad \text{平均値 (DC成分)}$$

$$a_m = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(2\pi m t / T) dt$$

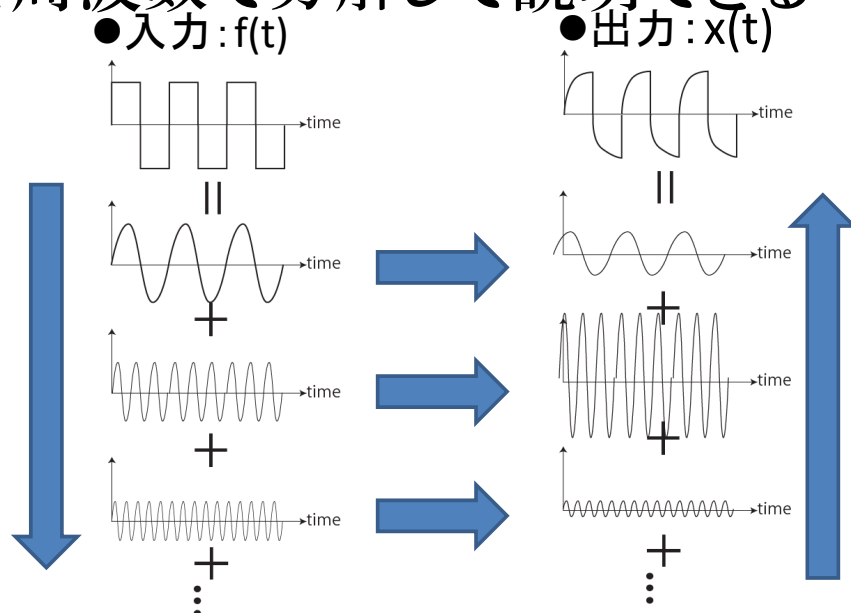
$$b_m = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(2\pi m t / T) dt$$

※この授業では係数は気にしない。



(復習:フーリエ級数展開)

歪みを周波数で分解して説明できる



- (1) 入力 $f(t)$ を周波数分解する
- (2) 周波数ごとの出力の振幅と位相を求める.
- (3) 合計すると出力が得られる.

これを連続関数で考えるとどうなるか？



(復習)フーリエ変換

フーリエ級数展開は周期的な信号を分解するのに使われた.
フーリエ変換は周期的ではない信号に対する変換.
 T を無限大とした極限から導かれる.
逆フーリエ変換によって元に戻すことができる.

フーリエ変換

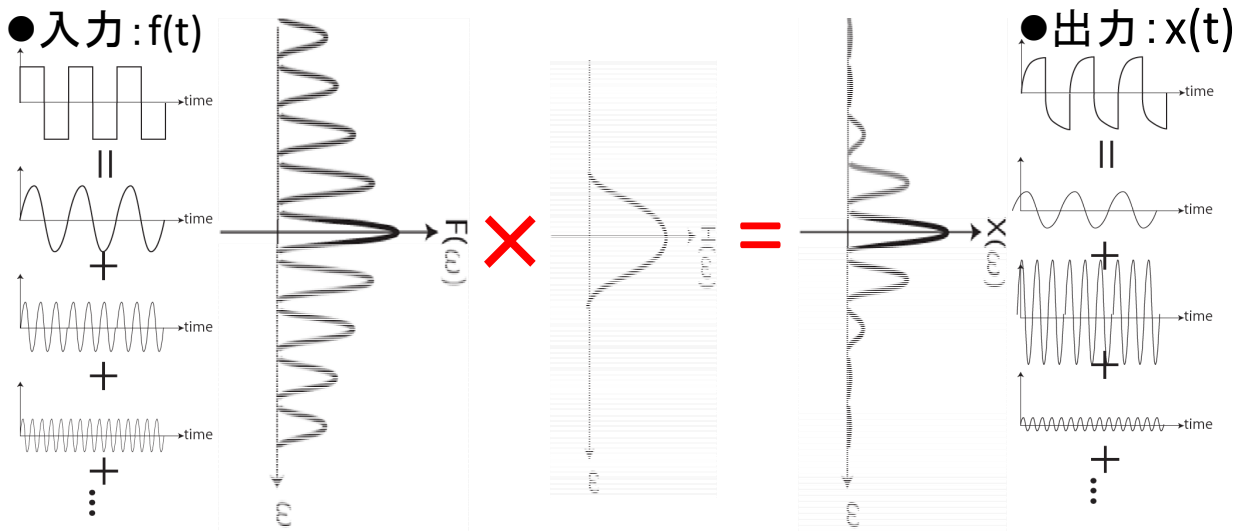
$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(-j\omega t) dt$$

逆フーリエ変換

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \exp(j\omega t) d\omega$$



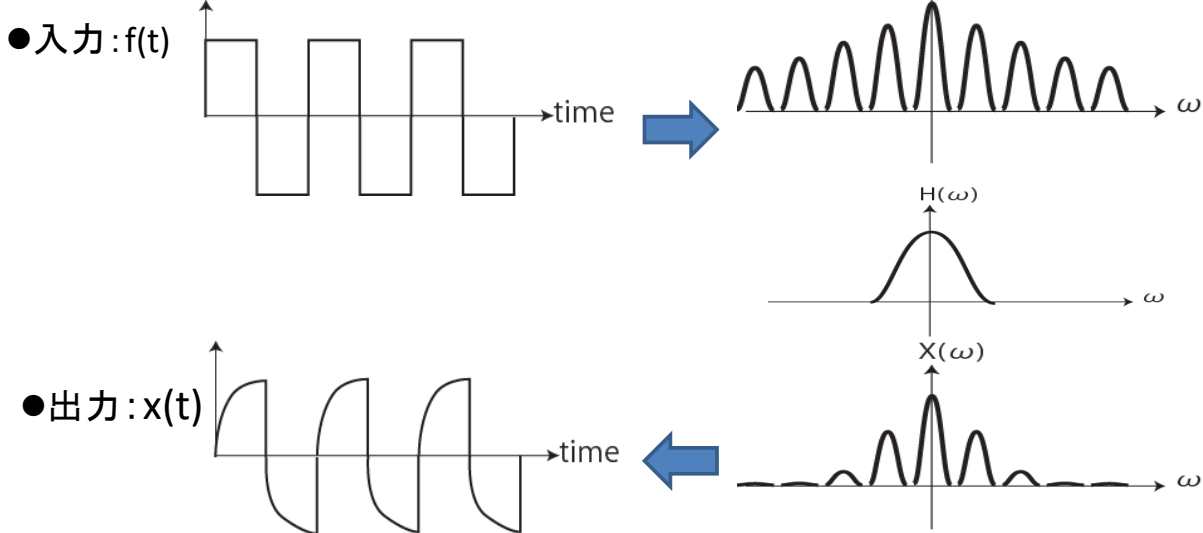
(復習) 入出力の関係：関数同士の掛け算



- (1) 入力 $f(t)$ を周波数分解 $\Rightarrow F(\omega)$
- (2) 周波数ごとにどれだけ振幅と位相が変わるか: $H(\omega)$
- (3) 出力 (のフーリエ変換): $X(\omega) = H(\omega) * F(\omega)$
- (4) 逆フーリエ変換すると出力が得られる: $x(t)$



(復習) 伝達関数



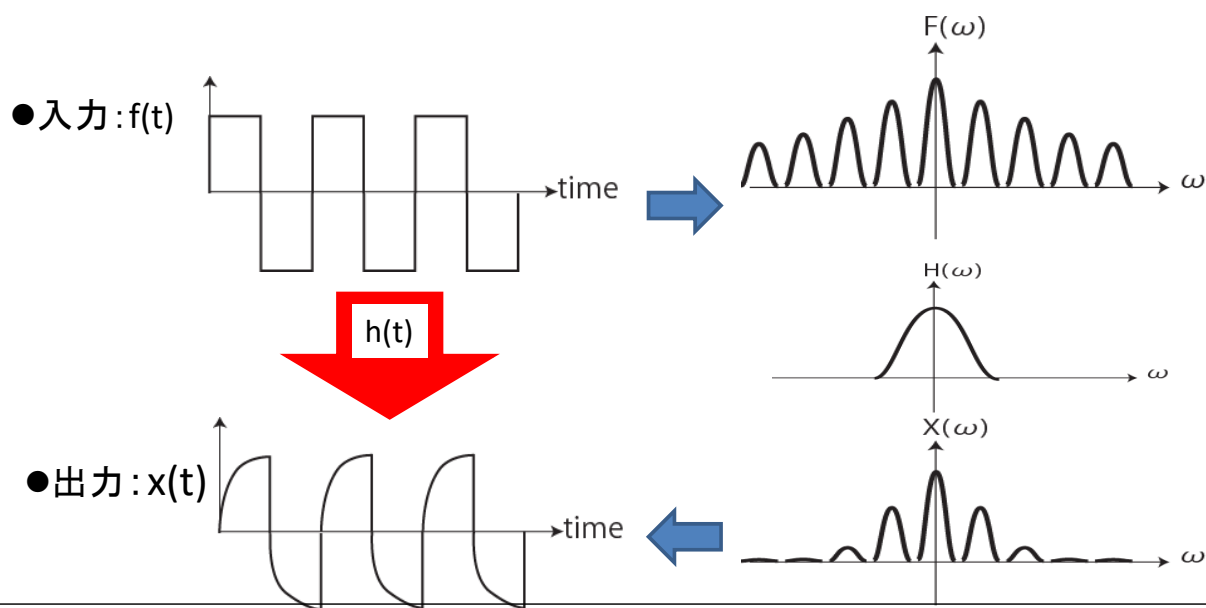
フーリエ空間では、入出力は単なる掛け算で表される。


$$X(\omega) = H(\omega) \times F(\omega)$$

この入出力関係を定義するシステムの性質 $H(\omega)$ を伝達関数と呼ぶ。



今日の話題：周波数領域ではなく、 時間領域のまま議論できないか？



$X(\omega) = H(\omega) \times F(\omega)$: 周波数領域で美しいのは分った。
時間的な現象として何が起きているのか分からない 

式で考えよう

$$X(\omega) = H(\omega) \times F(\omega)$$

フーリエ変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(-j\omega t) dt$$

逆フーリエ変換

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \exp(j\omega t) d\omega$$

両辺を逆フーリエ変換すれば時間領域の信号に戻る。

$x(t) =$

=

=

=



逆順の計算もしておく(ふつうはこちら)

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

フーリエ変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\exp(-j\omega t)dt$$

逆フーリエ変換

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)\exp(j\omega t)d\omega$$

両辺をフーリエ変換.

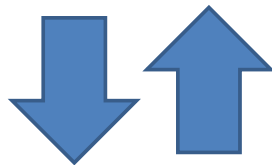
$$\begin{aligned} X(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-j\omega t)dt \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-j\omega(\tau + (t-\tau)))dt \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-j\omega\tau) \cdot \exp(-j\omega(t-\tau))dt \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-j\omega\tau) d\tau \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-j\omega(t-\tau)) h(t-\tau) dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-j\omega\tau) d\tau \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-j\omega t') h(t') dt' \\ &= F(\omega)H(\omega) \end{aligned}$$



コンボリューション定理

$$X(\omega) = F(\omega)H(\omega) = H(\omega)F(\omega)$$

フーリエ逆変換



フーリエ変換

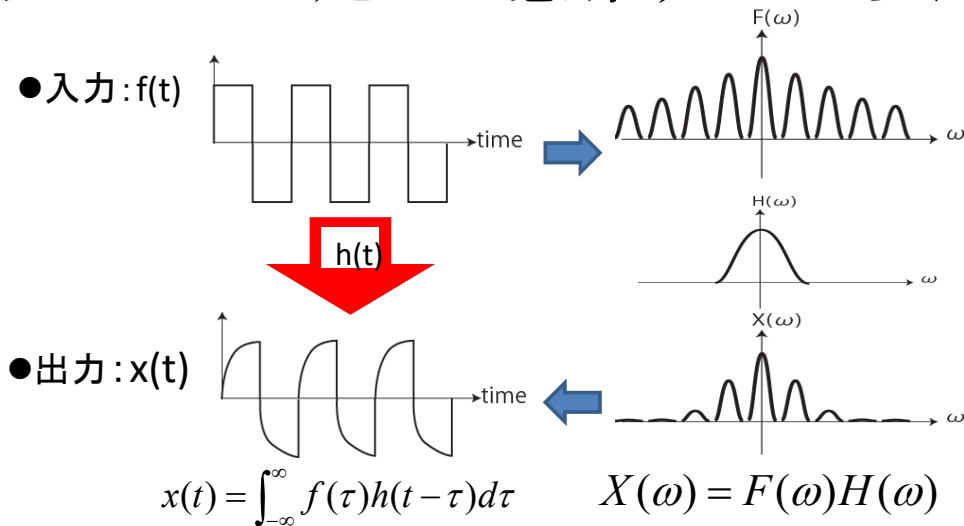
$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)f(t-\tau)d\tau$$

簡略化のため次のようにも表記

$$x(t) = f(t) * h(t) = h(t) * f(t)$$



コンボリューション定理の意味するところ(1)

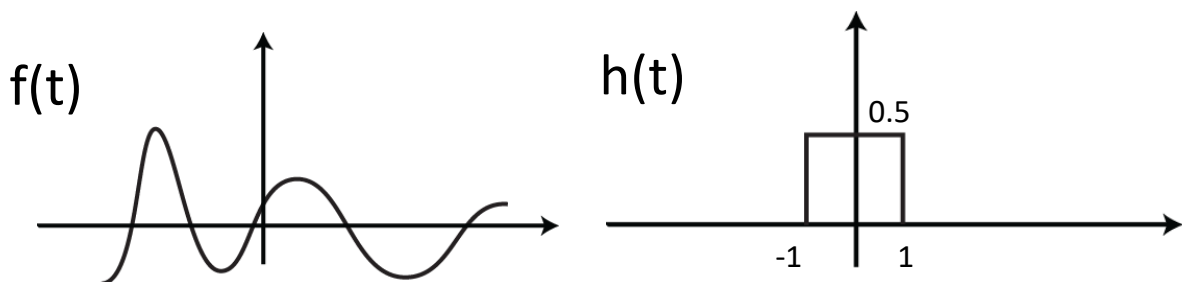


- $h(t)$ のフーリエ変換が $H(\omega)$ であるとする。
- 周波数領域でフィルタ $H(\omega)$ をかけることは、時間領域では、入力信号 $x(t)$ に対する関数 $h(t)$ の畳み込み積分(コンボリューション)として表現される。



コンボリューション定理の意味するところ(2)

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)f(t-\tau)d\tau$$



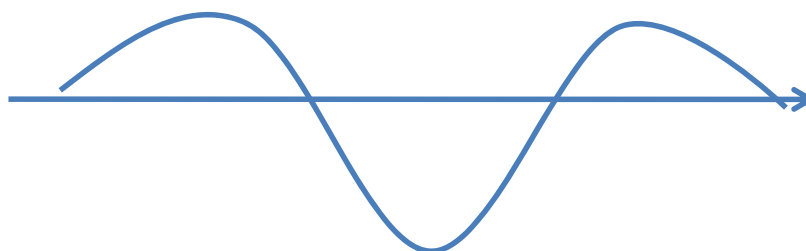
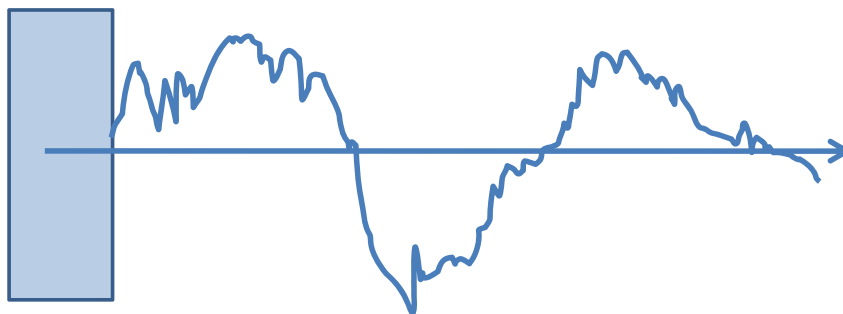
例えば, $h(t)=0.5$ $(-1 < t < 1)$ なら,


$$x(t) =$$

これは, $f(t)$ を平均化していくフィルタ



平均化？

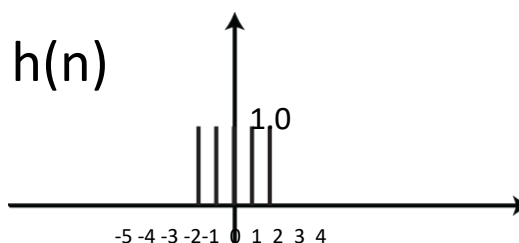
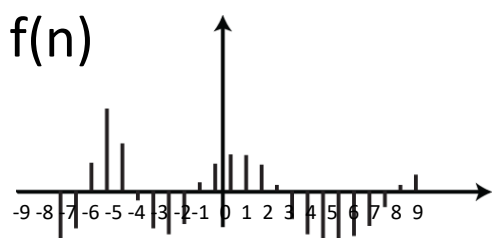


ノイズを「ならし」て大域的な特徴をつかむ 

離散化による理解

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) f(t - \tau) d\tau \quad \longrightarrow \quad x(n) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} h(i) f(n - i)$$

$$x(n) = \dots + h(-4)f(n+4) + h(-3)f(n+3) + \dots + h(3)f(n-3) + h(4)f(n-4) + \dots$$



$h(n)$ が、 $n=-2 \sim 2$ の間だけ1の場合、

$$x(1) = f(3) + f(2) + f(1) + f(0) + f(-1)$$

$$x(2) = f(4) + f(3) + f(2) + f(1) + f(0)$$

$$x(3) = f(5) + f(4) + f(3) + f(2) + f(1)$$

$$x(4) = f(6) + f(5) + f(4) + f(3) + f(2)$$

$$x(n) = f(n+2) + f(n+1) + f(n) + f(n-1) + f(n-2)$$

出力 x は、入力 f の「平均化」になっている。



(復習)フーリエ変換の計算例:矩形波

$$h(t) = \begin{cases} 1/2 & -1 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$H(\omega) = \int_{t=-\infty}^{\infty} f(t) \exp(-j\omega t) dt$$

=

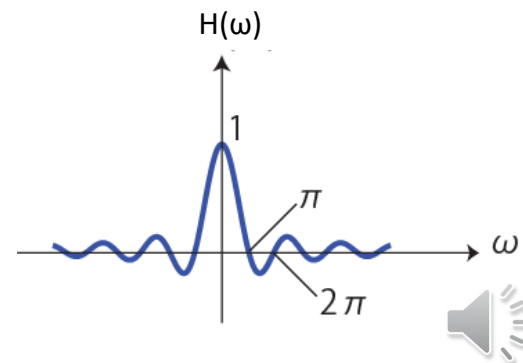
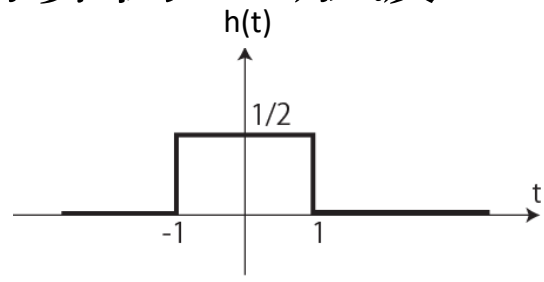
$$= \left[\frac{1}{-j2\omega} \exp(-j\omega t) \right]_{-1}^1$$

$$= \frac{1}{-j2\omega} (\exp(-j\omega) - \exp(j\omega))$$

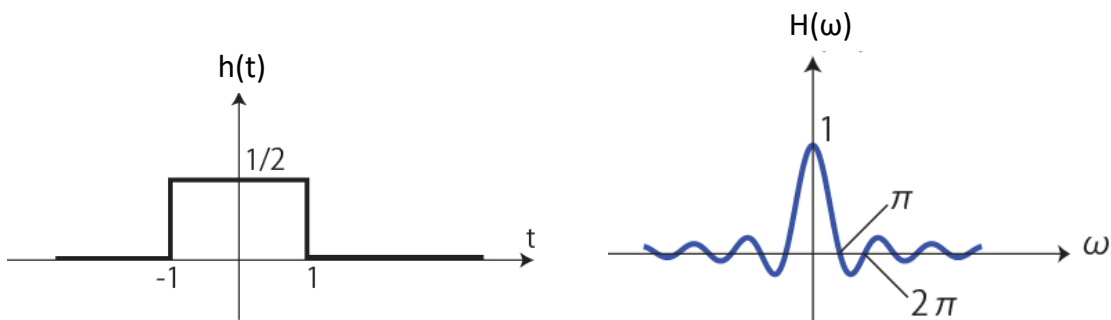
$$= \frac{1}{-j2\omega} (\cos(\omega) - j \sin(\omega) - \cos(\omega) - j \sin(\omega))$$

$$= \frac{-j \sin(\omega)}{-j\omega}$$

=



h(t)とH(omega)の関係:フーリエ変換



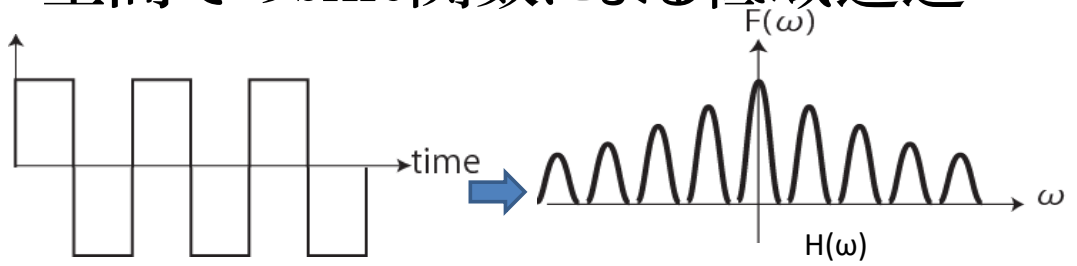
つまり, このh(t)のフーリエ変換H(omega)は, 大雑把には
「低い周波数で大きな値をとり, 高い周波数で小さな値をとる」
すなわち, 低域通過フィルタ(LPF: Low Pass Filter)である。

時間領域での「平均化(平滑化)フィルタ」
≡ 周波数領域での「ローパスフィルタ」

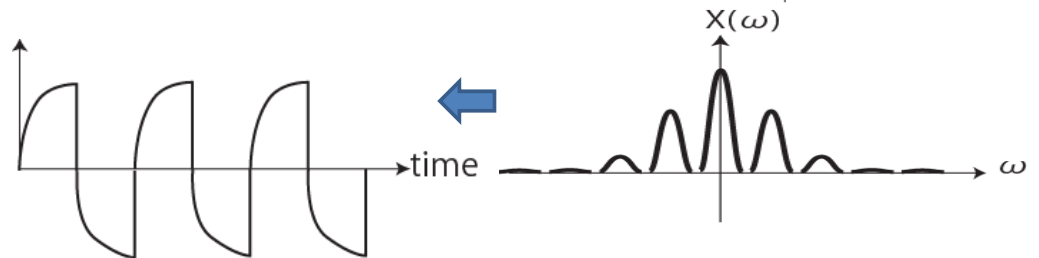
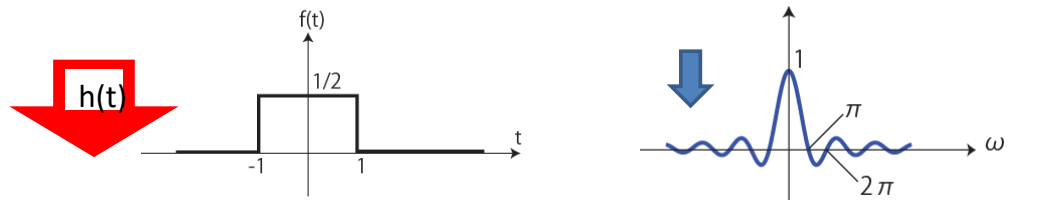


実時間での矩形波による平均化 = フーリエ空間でのsinc関数による低域通過

●入力: $f(t)$



●出力: $x(t)$

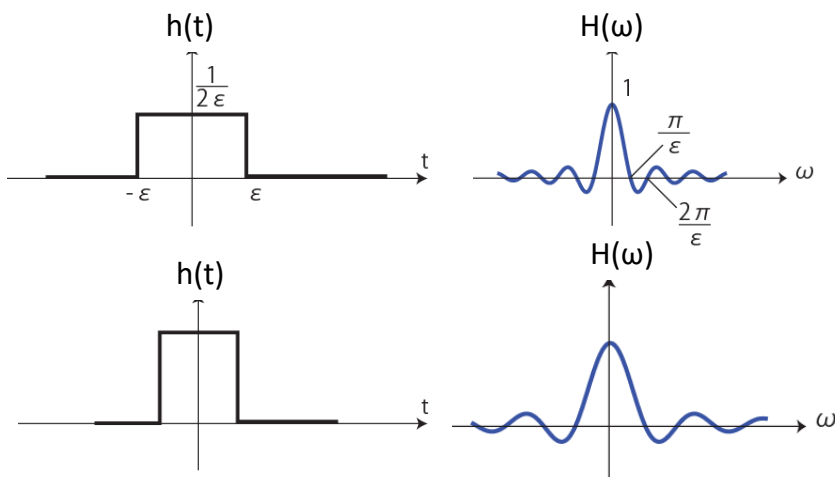


$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

$$X(\omega) = F(\omega)H(\omega)$$

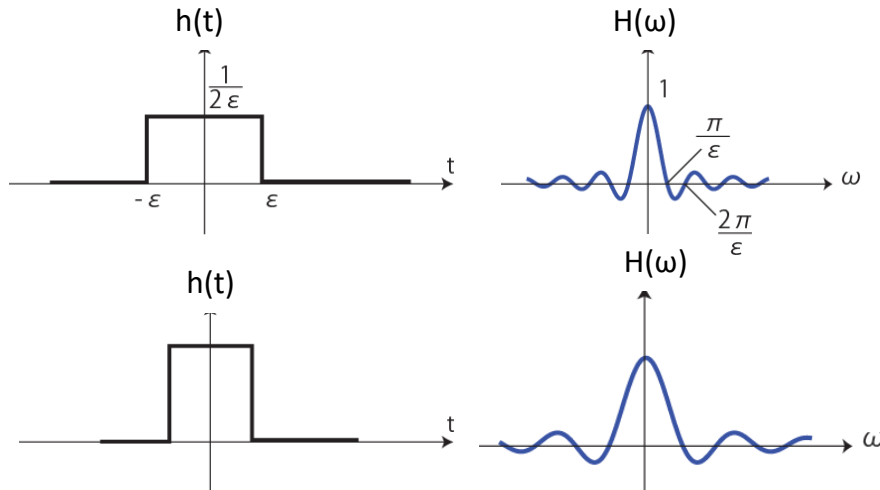
(復習) 矩形波の幅が変わると?

$$h(t) = \begin{cases} \frac{1}{2\varepsilon} & -\varepsilon \leq t \leq \varepsilon \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \longrightarrow \quad H(\omega) = \text{[Blank Box]}$$



矩形波の幅を狭くする \Rightarrow フーリエ変換結果は幅広に

平均化の時間幅と周波数帯域の関係



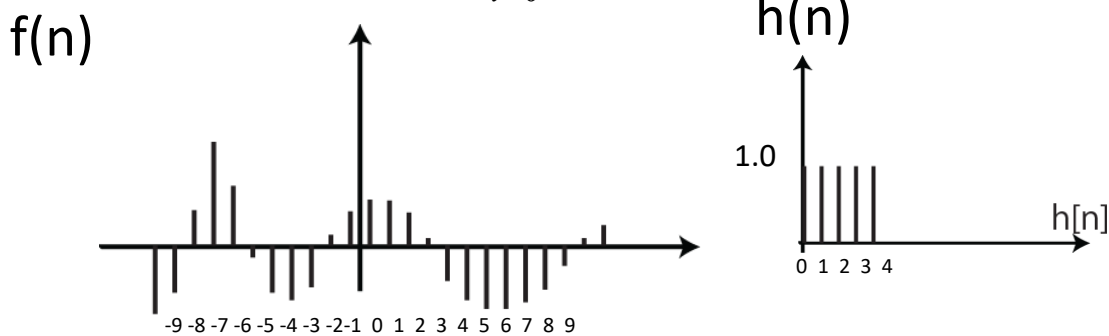
矩形波の幅を狭くする ⇒ フーリエ変換結果は幅広に

時間的な平均化(平滑化)フィルタの幅が広いほど周波数的には低い周波数しか通さなくなる。



時間軸の離散化: FIRフィルタによる実装

$$x(n) = \sum_{i=0}^{\infty} h(i) f(n-i)$$



$i=0$ から始める: 未来のデータが使えないことを意味する。
この例は, 元データ $f(n)$ を, 4個平均して出力する。

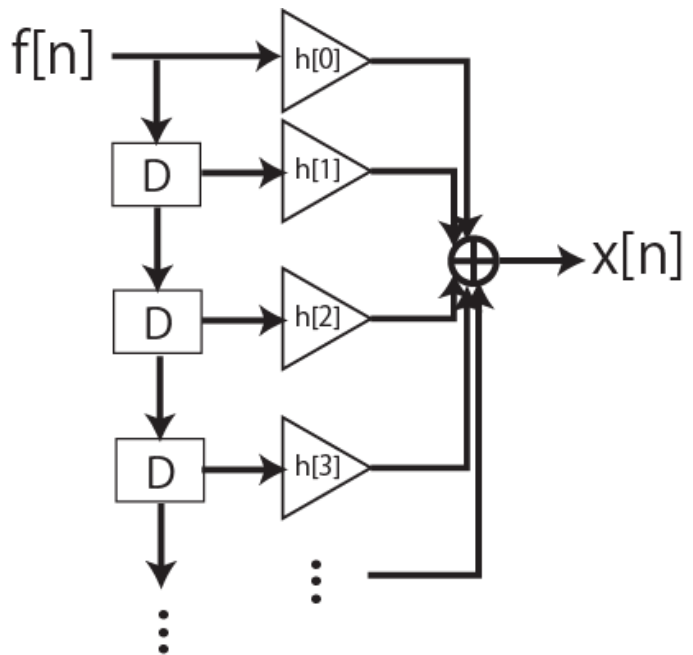
- 未来のデータが使えない例: リアルタイム制御
- 先のデータが使える例: 画像処理



FIRフィルタの図的理解

$$x(n) =$$

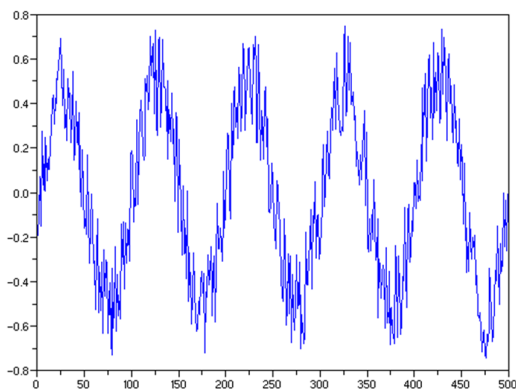
D: Delay, 遅延器, メモリ.
h[n]: 増幅器



FIR = Finite Impulse Response
個々のインパルス応答を有限個足し合わせたもの.



平滑化フィルタの実例(1)



元の信号に
高周波ノイズが含まれている.



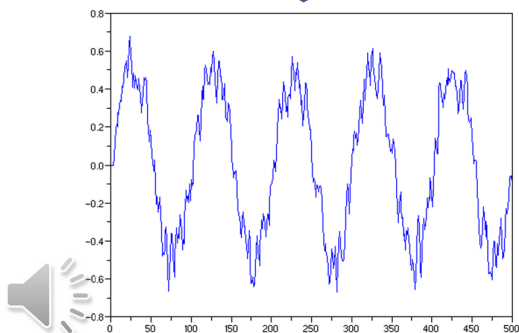
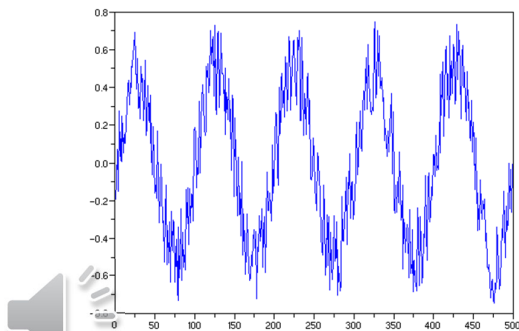
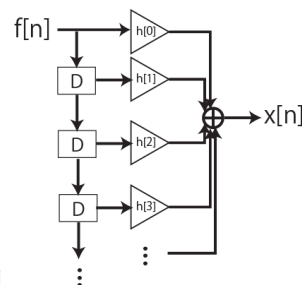
Scilabコード例

```
time = [0:0.01:100];  
  
//振幅0.5の正弦波に最大振幅0.5のノイズが混入  
wave=0.5*sin(time*2*%pi) + 0.5*(rand(time)-0.5);  
playsnd(wave);  
savewave('wave.wav',wave);  
plot(wave(1:500));
```



平滑化フィルタの実例(2)

メモリを三つ持ったFIRフィルタによって平滑化

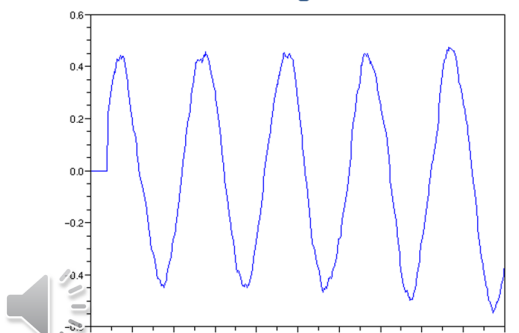
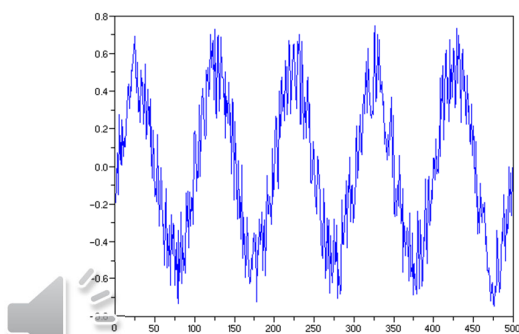


Scilabコード例

```
time = [0:0.01:100];  
//振幅0.5の正弦波に最大振幅0.5のノイズが混入した信号  
wave=0.5*sin(time*2*%pi) + 0.5*(rand(time)-0.5);  
  
out=zeros(wave);  
//3つを平均する.  
for n=3:length(wave),  
    for i=0:2,  
        out(n)=out(n)+wave(n-i)/3;  
    end  
end  
playsnd(out);  
savewave('wave.wav',out);  
plot(out(1:500));
```

平滑化フィルタの実例(3)

メモリを20個持ったFIRフィルタによって平滑化



Scilabコード例

```
time = [0:0.01:100];  
//振幅0.5の正弦波に最大振幅0.5のノイズが混入した信号  
wave=0.5*sin(time*2*%pi) + 0.5*(rand(time)-0.5);  
  
out=zeros(wave);  
  
//20個を平均する.  
for n=20:length(wave),  
    for i=0:19,  
        out(n)=out(n)+wave(n-i)/20;  
    end  
end  
  
playsnd(out);  
savewave('wave.wav',out);  
plot(out(1:500));
```

(参考)Pythonコード

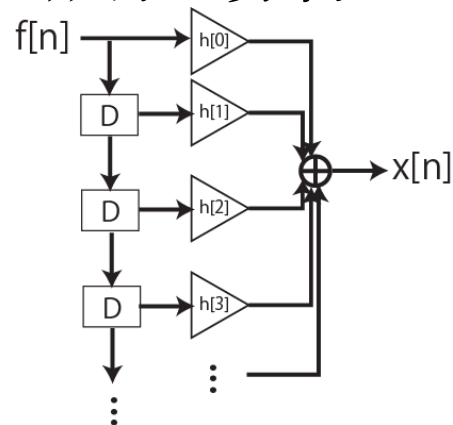
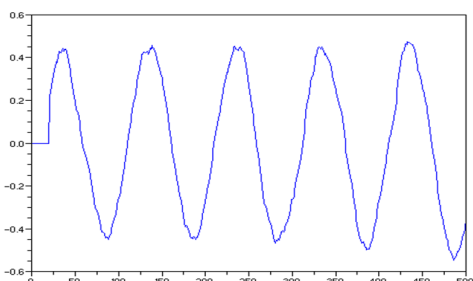
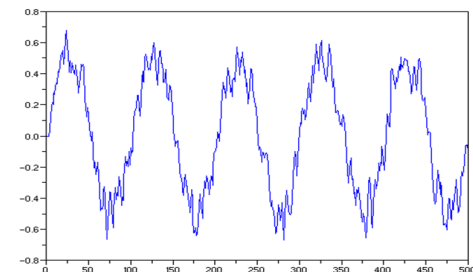
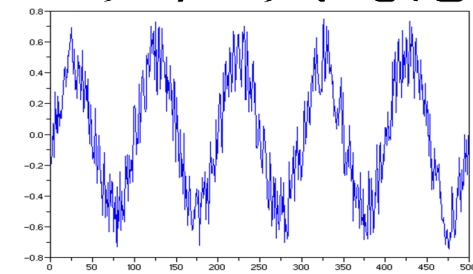
```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import simpleaudio as sa

time = np.arange(0,100,0.01)
wave = 0.5 * np.sin(2.0 * np.pi * time) + 0.5 * (np.random.rand(
np.size(time)) - 0.5)
out = np.zeros(np.size(wave))
for n in range(20,np.size(wave)):
    for i in range(0,20):
        out[n] = out[n] + wave[n-i]/20

audio = out * (2**15 - 1) / np.max(np.abs(out))
audio = audio.astype(np.int16)
play_obj = sa.play_buffer(audio, 1, 2, 44100)
play_obj.wait_done()
plt.plot(out[:500])
plt.show()
```



FIRフィルタによる平滑化の効果と弊害



ステップ数が多くなるほど

<効果>

平滑化の効果が高い

(=低域の通過周波数が下がる)

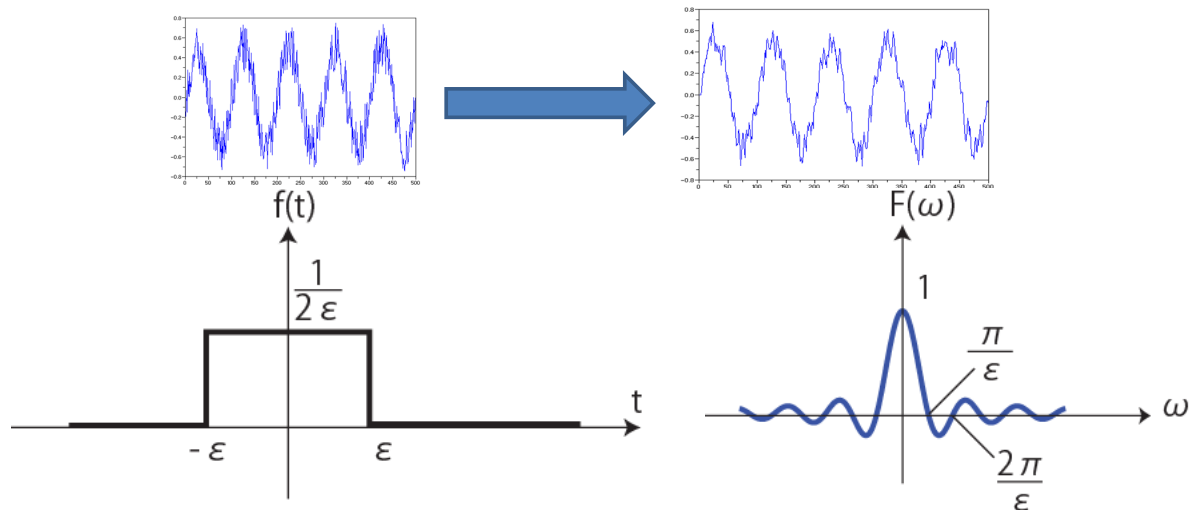
<弊害>

計算量の増大

ステップ数分の「時間遅れ」が必ず生じる



どのくらいの周波数まで通過させるか



幅 2ε の矩形波のフーリエ変換: 角周波数 π/ε で0

時間幅 T で平均化する場合:

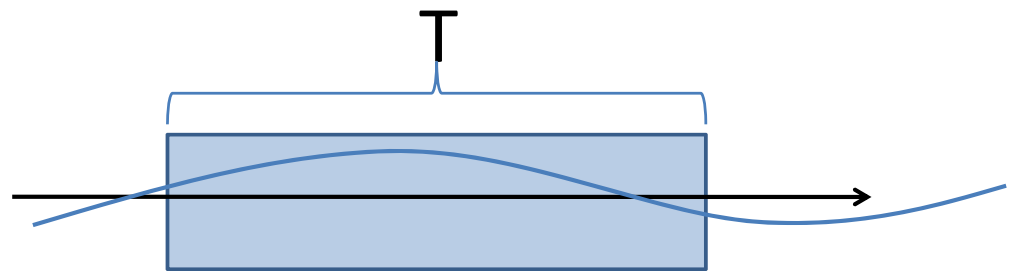
角周波数 $2\pi/T$ (周波数 $1/T$ (以上)の波を遮断.



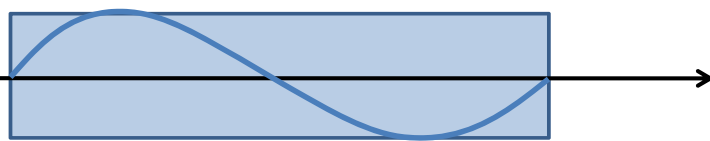
平均化による遮断のイメージ

時間幅 T の平均化: 周波数 $1/T$ (以上)の波を遮断.

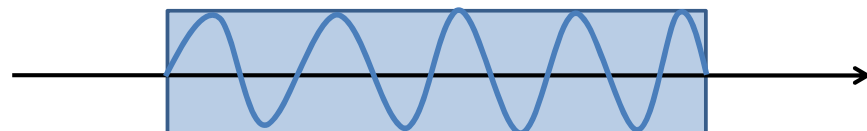
ほぼ通過



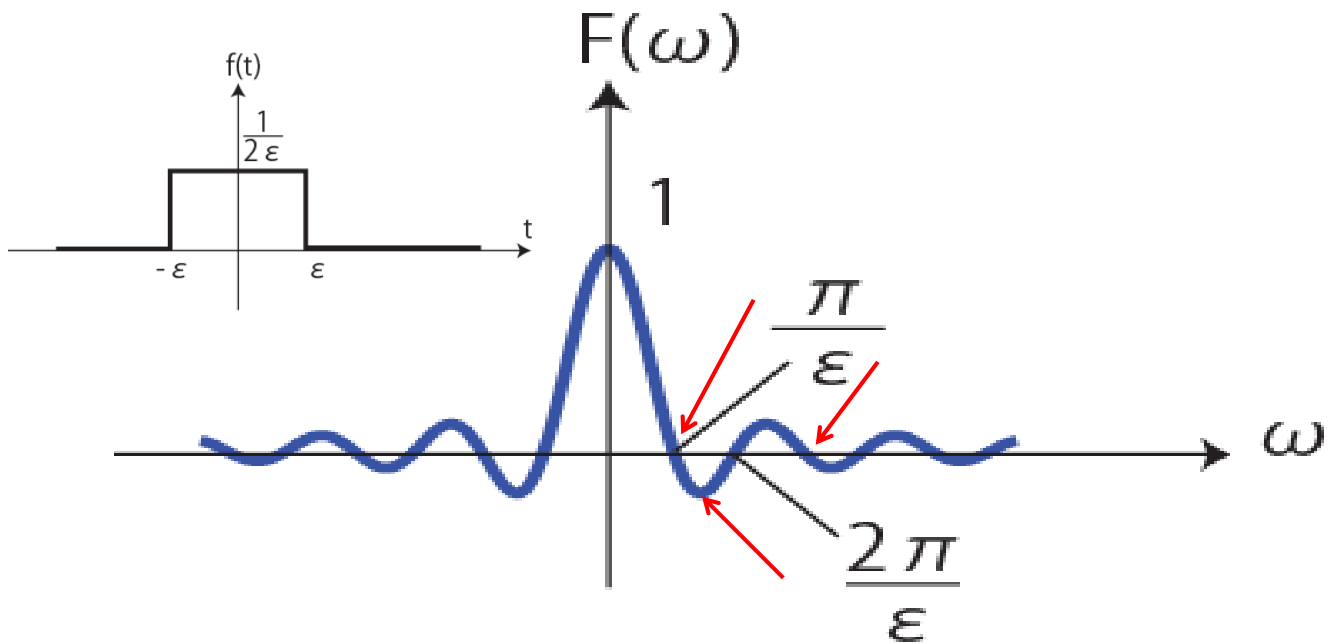
打ち消し合う
(完全に遮断)



ほぼ遮断



単純平均化によるローパスの落とし穴

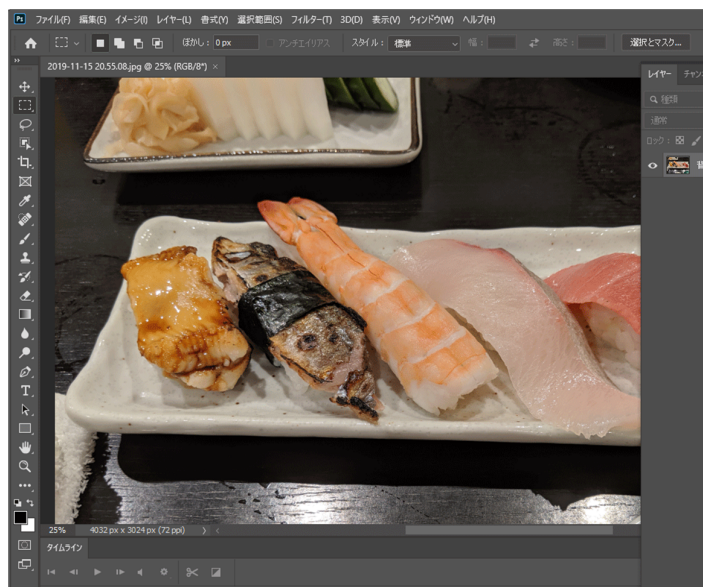
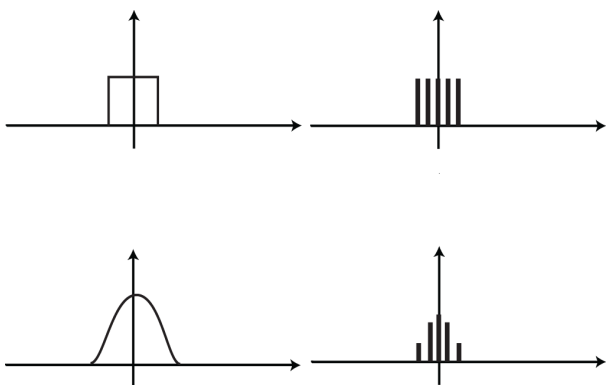


特定の周波数は全く通さないが、高周波成分の遮断が**周期的ふるまいを示す**.



実際のローパス

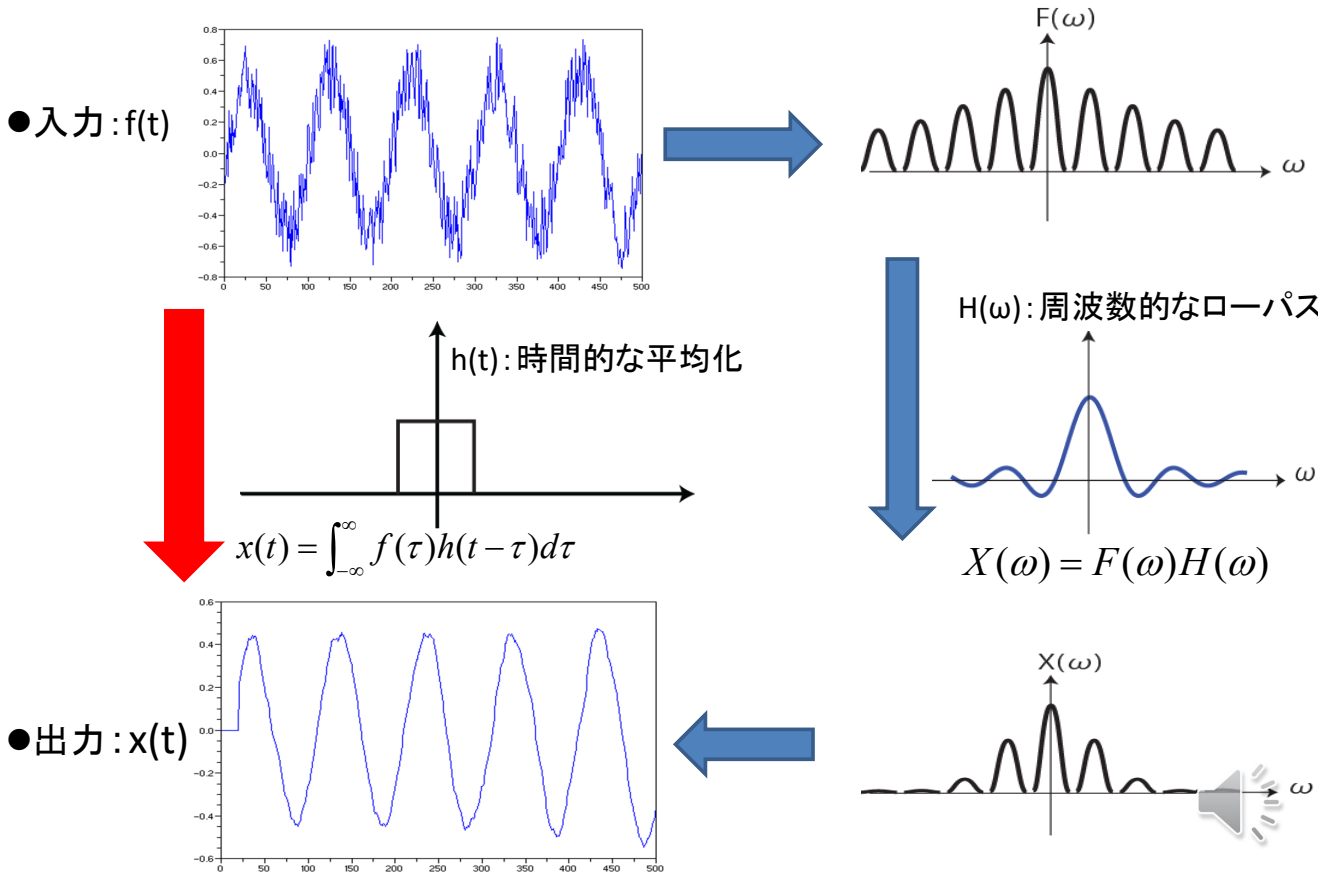
周波数空間での周期的ふるまいを無くすため、なだらかにする。



画像の世界では...「ガウスぼかし」

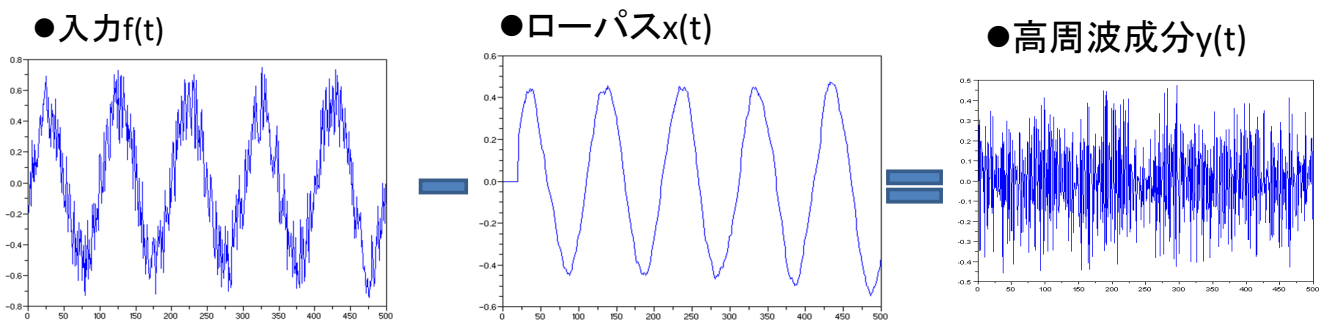


平均化によるローパスフィルタ:まとめ



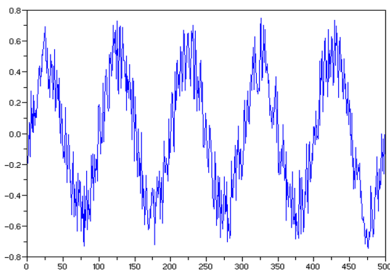
逆に高い周波数成分だけ取り出すには？

- ローパスフィルタ: 低い周波数成分だけを取り出した
- 元信号と低周波信号の差をとれば、高周波数成分だけ取り出せる？

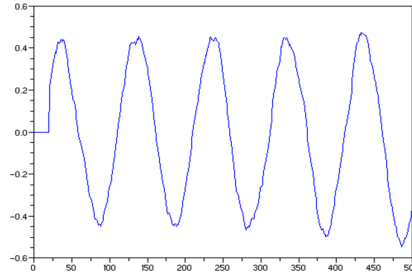


ハイパスフィルタのFIRフィルタによる実装

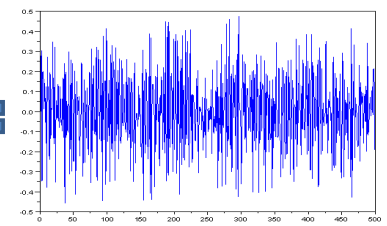
●入力f(t)



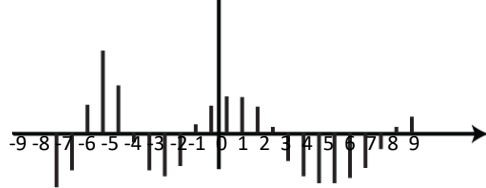
●ローパスx(t)



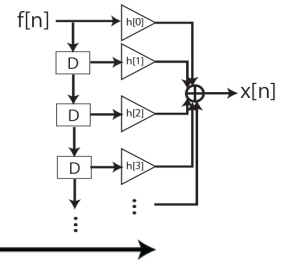
●高周波成分y(t)



f(n)



h(n)



ローパス例: $x(n) = (f(n+2) + f(n+1) + f(n) + f(n-1) + f(n-2))/5$

ハイパス例: $y(n) = f(n) - x(n)$

$= -1/5 \cdot f(n+2) - 1/5 \cdot f(n+1) + 4/5 f(n) - 1/5 \cdot f(n-1) - 1/5 \cdot f(n-2)$



ハイパスフィルタのFIRフィルタによる実装

ローパス:

強 $x(n) = (f(n+2) + f(n+1) + f(n) + f(n-1) + f(n-2))/5$

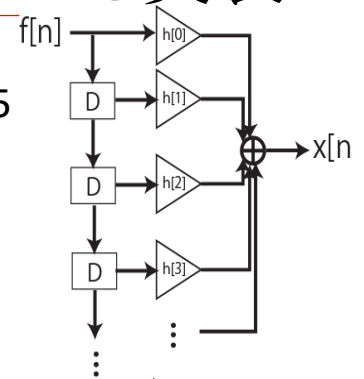
↑ $x(n) = (f(n+1) + f(n) + f(n-1) + f(n-2))/4$

↓ $x(n) = (f(n+1) + f(n) + f(n-1))/3$

弱 $x(n) = (f(n) + f(n-1))/2$

ハイパス: $y(n) = f(n) - x(n)$

ローパスが{強い・弱い}ほど, ハイパスは{弱く・強く}なる



最も簡単な場合:

$$x(n) = (f(n) + f(n-1))/2$$

ハイパス:

$$y(n) = f(n) - x(n) =$$

つまり, 直前との「差分(微分)」.

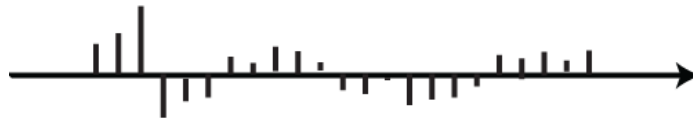


ハイパスフィルタ≒微分フィルタ

●入力f(t)



●高周波成分y(t)



$$\begin{aligned}y(1) &= (f(1) - f(0))/2 \\y(2) &= (f(2) - f(1))/2 \\y(3) &= (f(3) - f(2))/2 \dots\end{aligned}$$

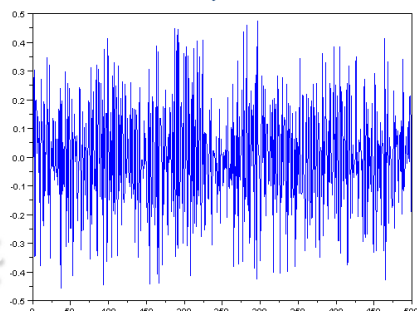
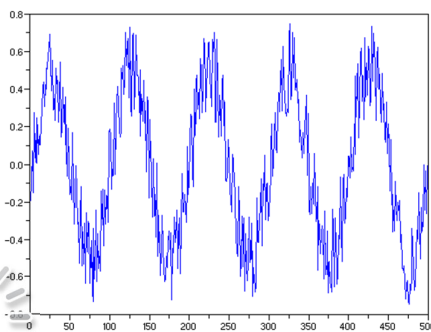
用語整理

(周波数表現)	(時間軸表現)
ローパスフィルタ = 低域通過フィルタ = 平滑化フィルタ	
ハイパスフィルタ = 高域通過フィルタ = 微分フィルタ	



ハイパスフィルタの例

直前との差分によってハイパス



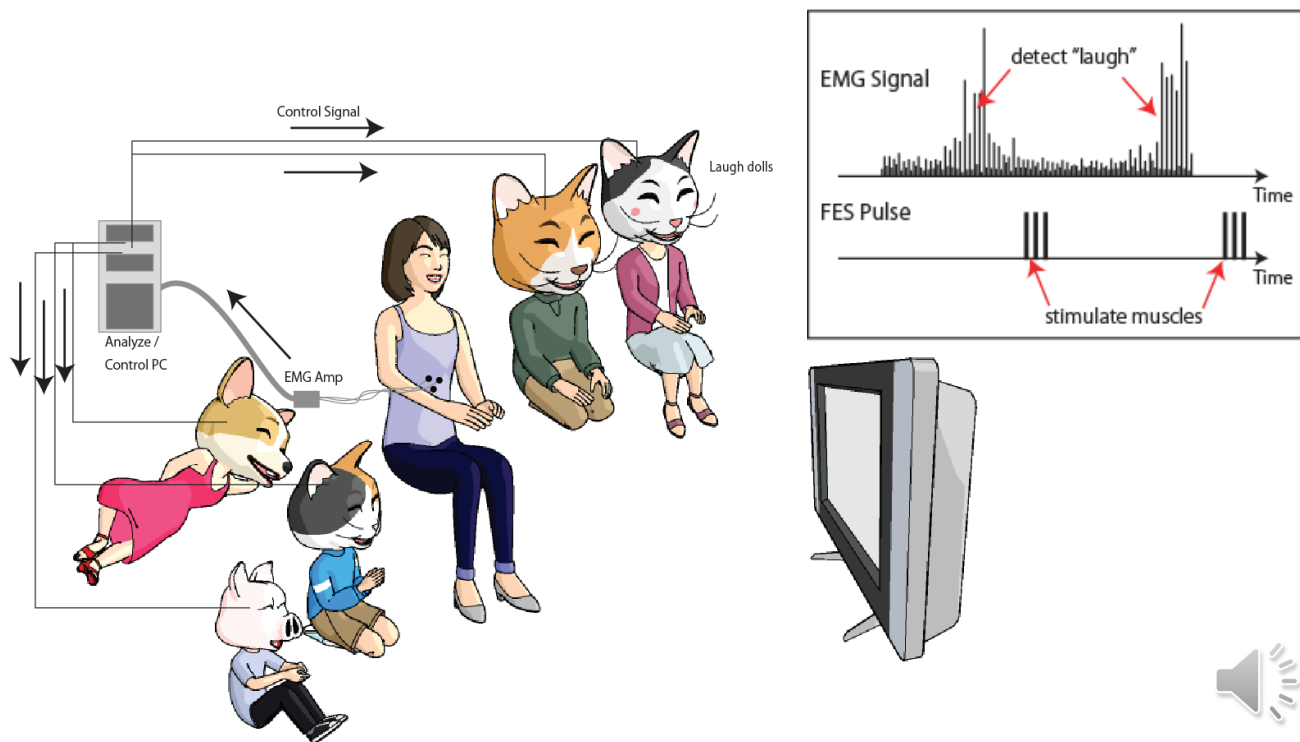
Scilabコード例

```
time = [0:0.01:100];  
//振幅0.5の正弦波に最大振幅0.5のノイズが混入した信号  
wave=0.5*sin(time*2*%pi) + 0.5*(rand(time)-0.5);  
  
out=zeros(wave);  
  
//差分をとる  
for n=2:length(wave),  
    out(n)=wave(n)-wave(n-1);  
End  
  
playsnd(out);  
savewave('wave.wav',out);  
plot(out(1:500));
```



フィルタリング... 研究の現場で

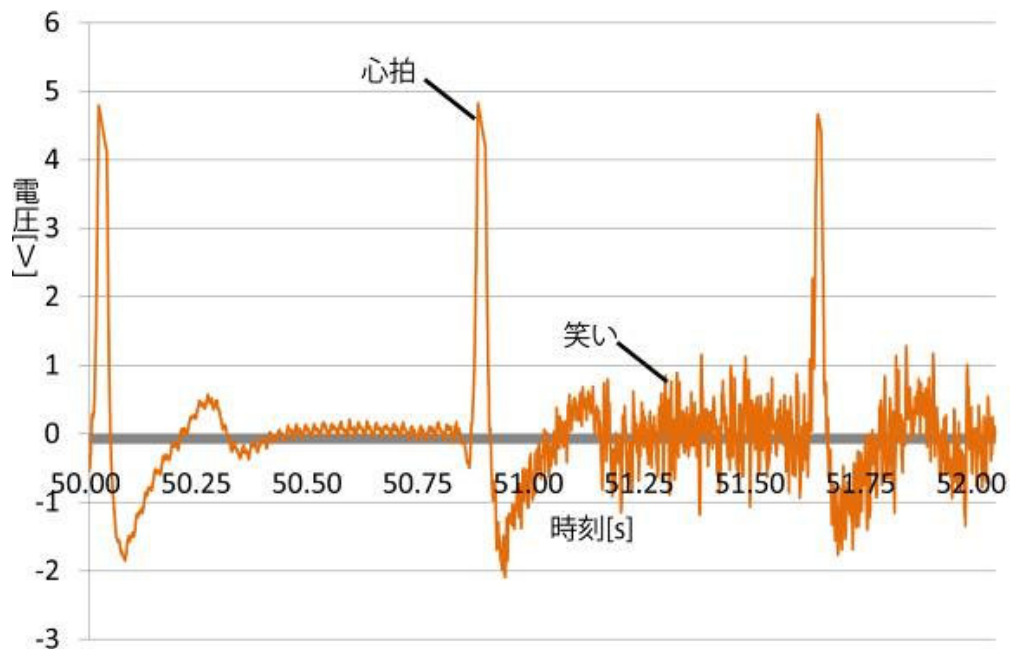
筋電計測による笑いの検出→増幅は可能か？



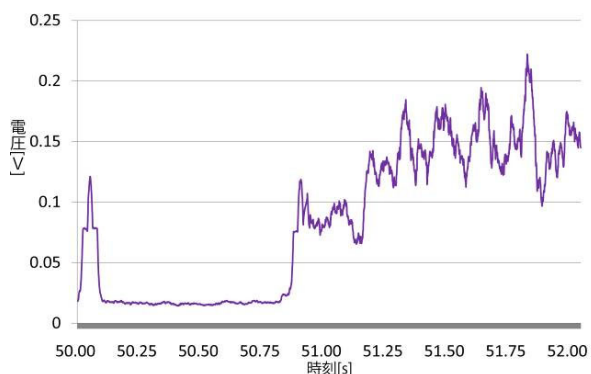
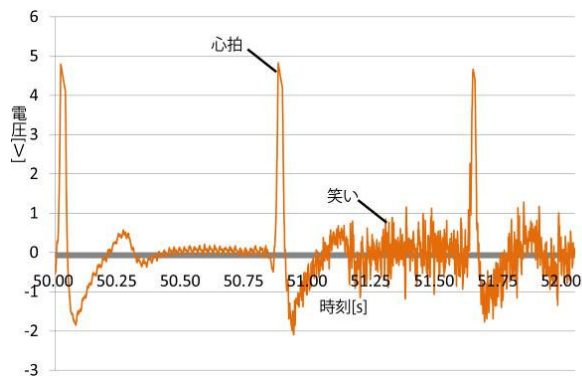
研究の現場で

筋電計測:

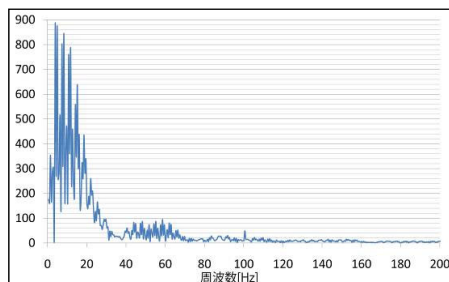
- 心拍による成分:非常に大きい, 低周波
- 笑いによる成分:小さい, 高周波



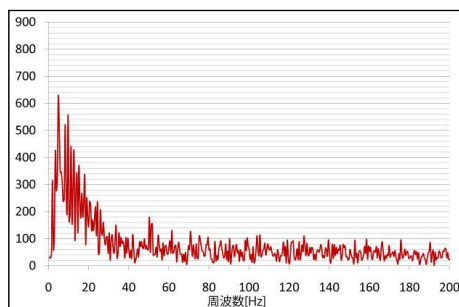
研究の現場で



笑っていない時のパワースペクトル



笑っている時のパワースペクトル



- (1) ハイパスフィルタで笑い成分を抽出
- (2) 絶対値化フィルタで正の値に変換
- (3) ローパスフィルタで笑い領域を確定

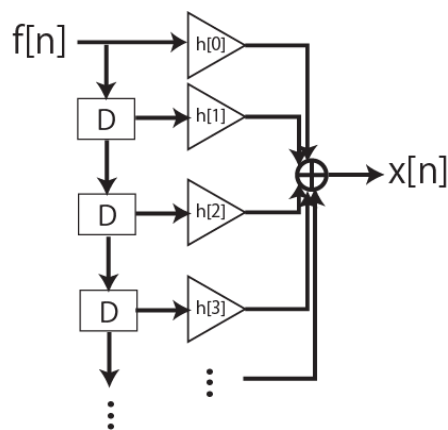


参考：エコー

エコー＝時間遅れ信号の重畳。
これもFIRフィルタで実装できる。

Scilabコード例

```
[wave,f] = loadwave('aiueo.wav');
//1000ステップごとのエコーを10回重ねる例
out=zeros(wave),zeros(1,10000)];
for i=0:9,
    out=out+[zeros(1,1000*i), wave,
[zeros(1,10000-1000*i)]];
end
//plot(wave);
savewave('foo.wav',out,f(3));
```



原音



1000ステップ前の
信号を重畳



1000ステップ前＋
2000ステップ前の
信号を重畳



沢山重畳



レポート課題1

適当なwaveファイルに対して次の三つの操作を行う。

(1) FIRフィルタによるローパスフィルタをかけて音をくもらせる。

(2) FIRフィルタによる適当なハイパスフィルタをかけて音をとがらせる。

(3) エコーを掛けてカラオケのようにする。

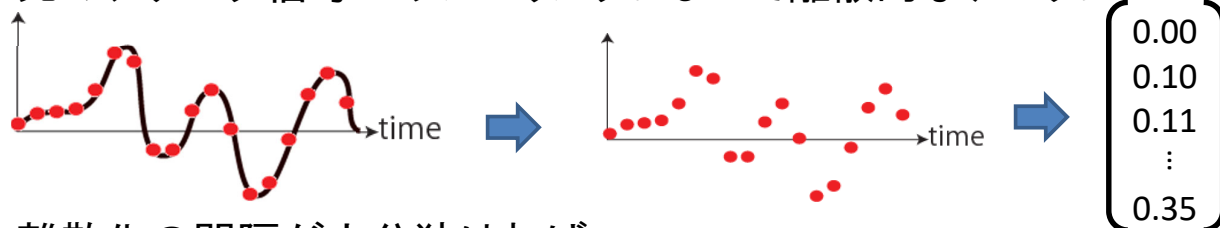
Scilab (or python)のソースファイルのみ添付すること(原音のwaveファイルは不要です)

※注: Waveファイルの形式によってはScilabで扱えない場合があります。

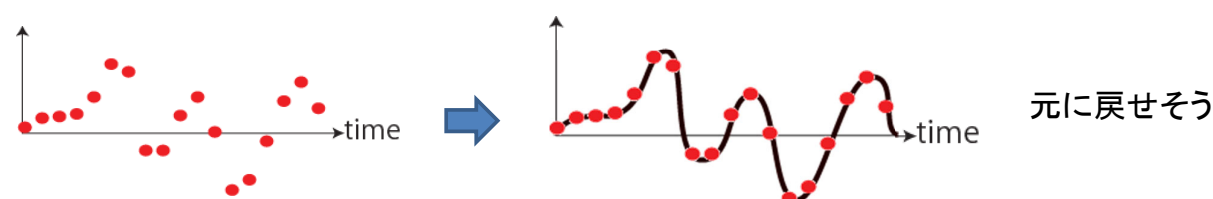


PCで信号を扱う＝離散化

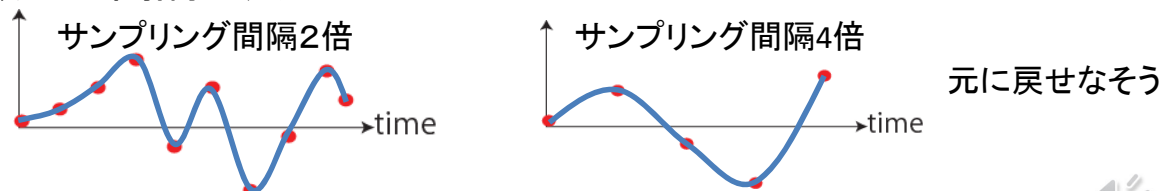
●元のアナログ信号⇒サンプリングによって離散的なデータに



●離散化の間隔が十分狭ければ...



●離散化の間隔が広いと...

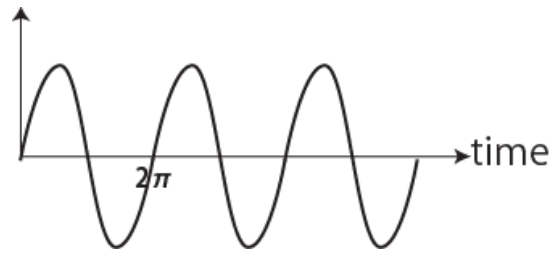


この違いはなんだろうか? 「元に戻す」とはなんだろうか?

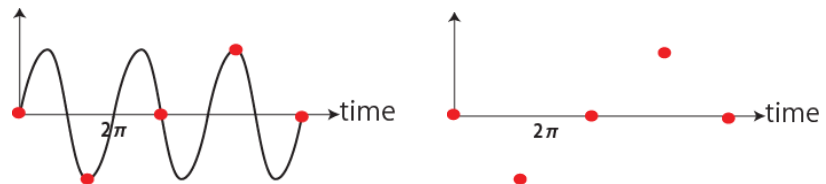


元に戻せない(=元が推測できない)場合

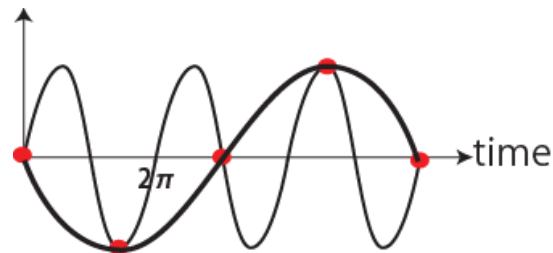
元の信号: $\sin(x)$, 周期 2π



離散化の間隔 $3/2 \pi$



なめらかに結ぶと...

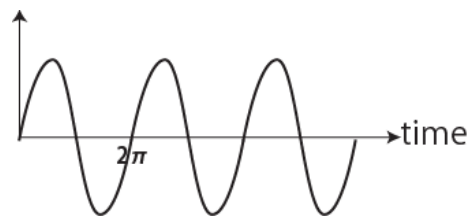


元と全く異なる波形となる=エイリアシング

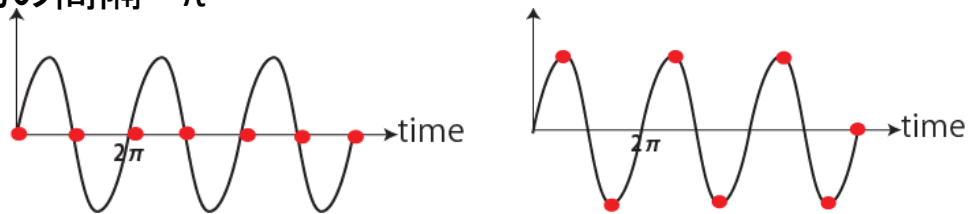


離散化に際して: ナイキスト周波数

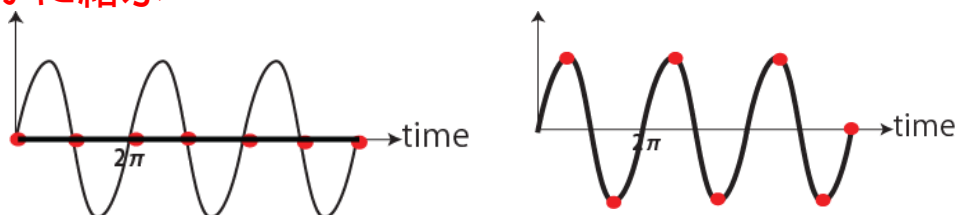
元の信号: $\sin(x)$, 周期 2π



離散化の間隔 π



なめらかに結ぶ

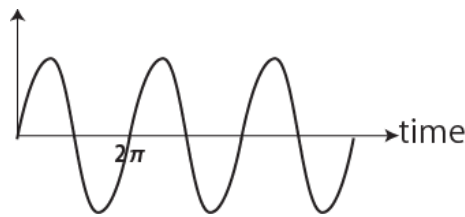


うまくいく場合と、うまくいかない場合がありそう

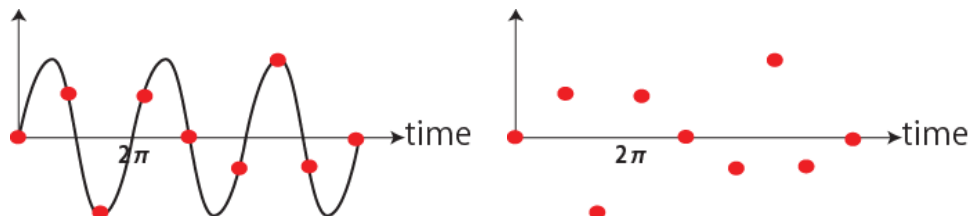


離散化に際して: ナイキスト周波数未満

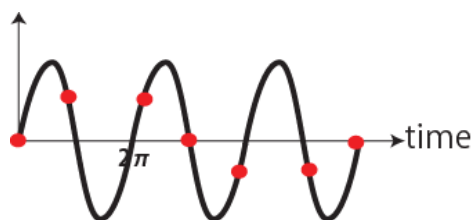
元の信号: $\sin(x)$, 周期 2π



離散化の間隔 $3/4\pi$



正弦波でなめらかに結ぶ



元の波形が再現できる！！



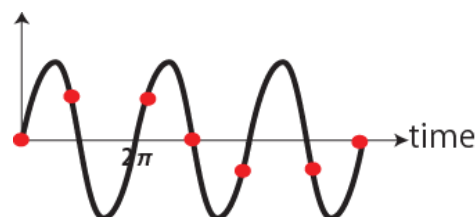
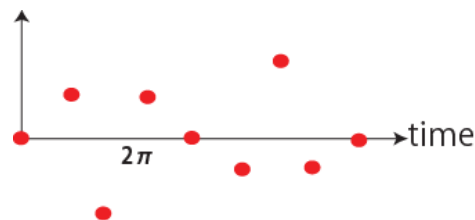
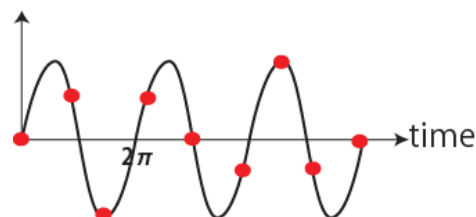
サンプリング定理(標本化定理)

元信号に含まれる最高周波数の,

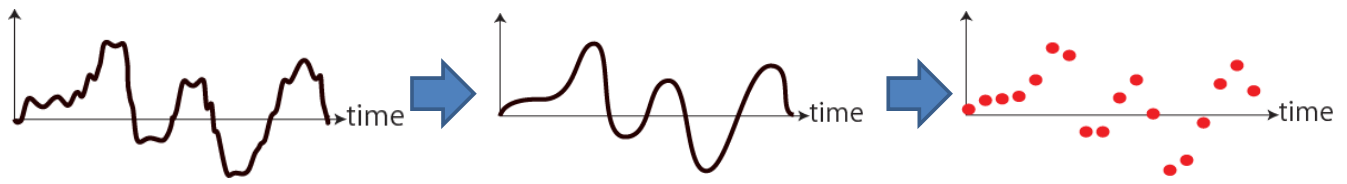
倍より高い周波数でサンプリング
(標本化)していれば,

元の信号はサンプリング点から完全
に再生できる.

倍の周波数 = ナイキスト周波数



サンプリング定理(標本化定理)



逆に, エリアシングを生じないために,

サンプリング周波数の半分以上の周波数は, **あらかじめ**
カットする必要がある。(後でカットしても意味無し!)

カットしないとエリアシングを生じ, 偽の低い周波数が観察される.

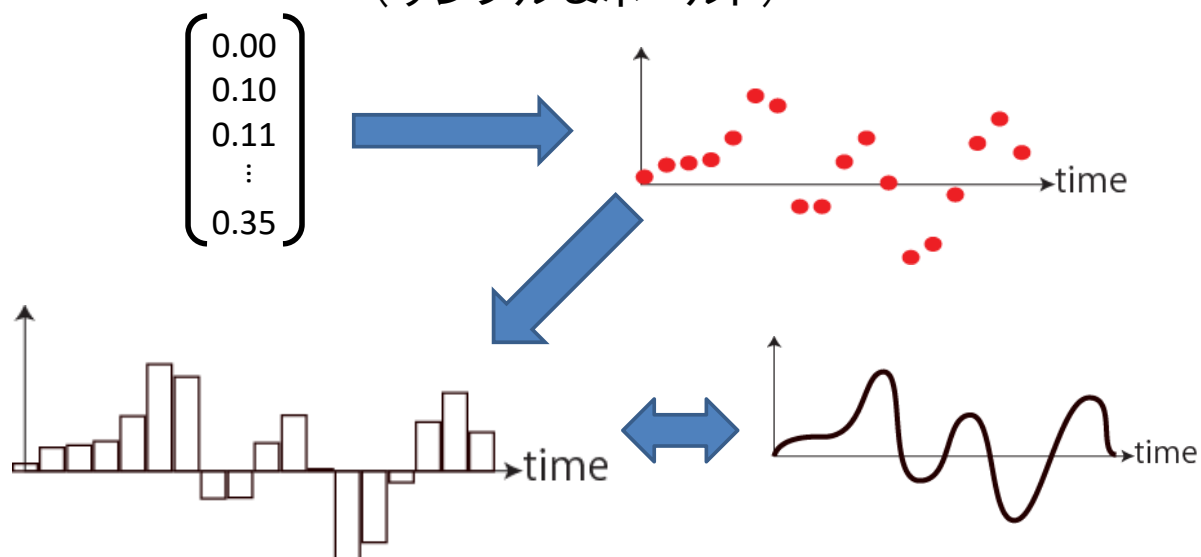
(例) 蛍光灯下の扇風機, テレビ画面のビデオ撮影

カットはアナログ回路によるローパスフィルタなどを用いる事が多い



サンプリングデータを元に戻す(再生)とは?

一番簡単な方法: サンプリングされたデータを、単純に電圧出力する
(サンプル&ホールド)



大体同じ。でも微妙な違い

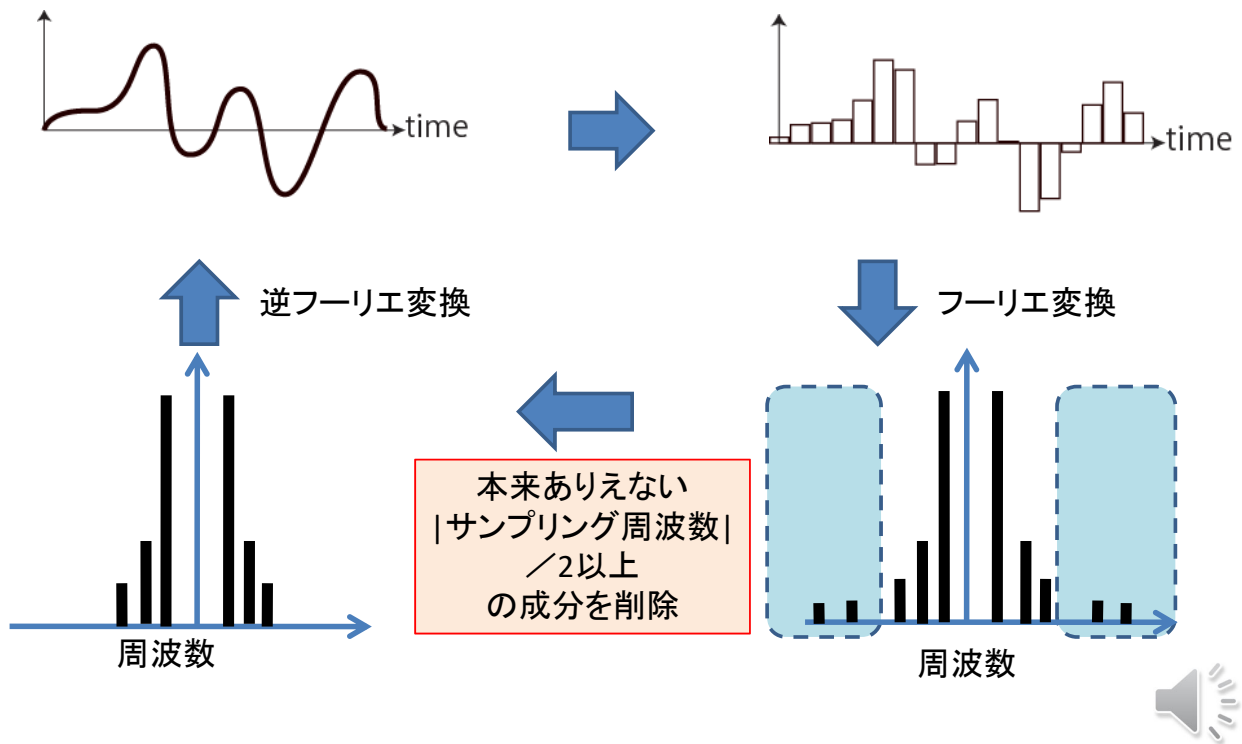
元の波が、ナイキスト周波数未満の成分しかないとするとき、
単純に、「**高い周波数をカット**すれば元に戻る」はず



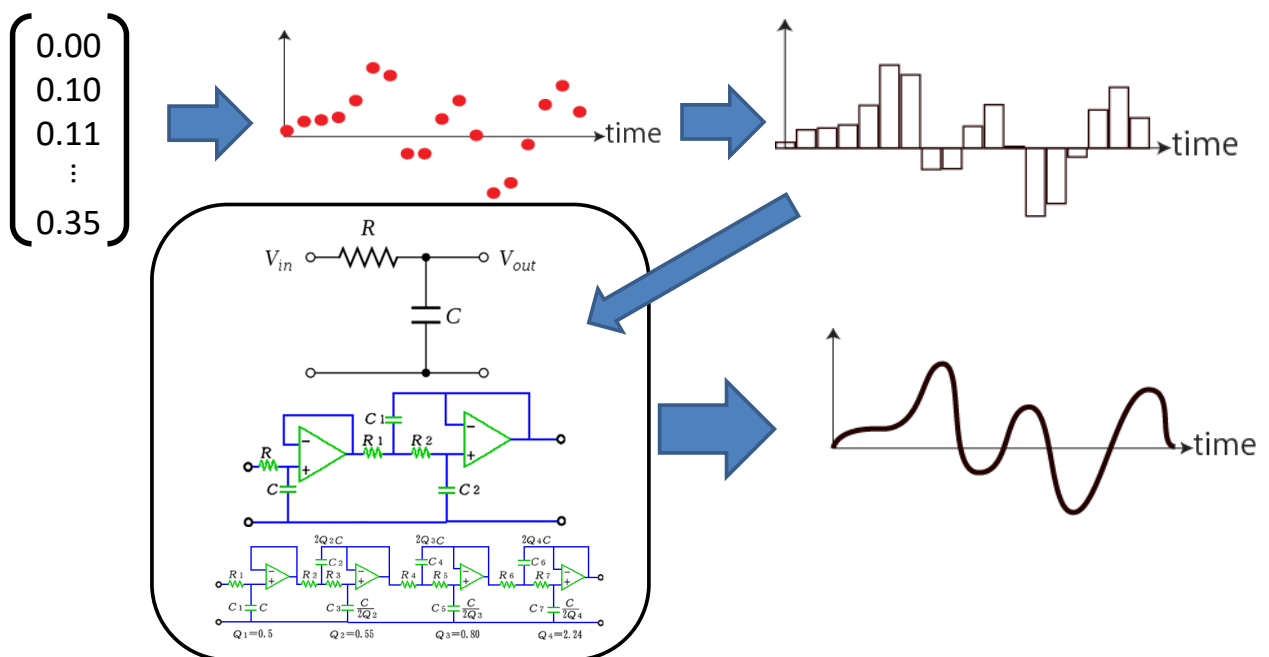
元の波に含まれない周波数をカット(イメージ)

元の波

サンプルデータから単純に出力



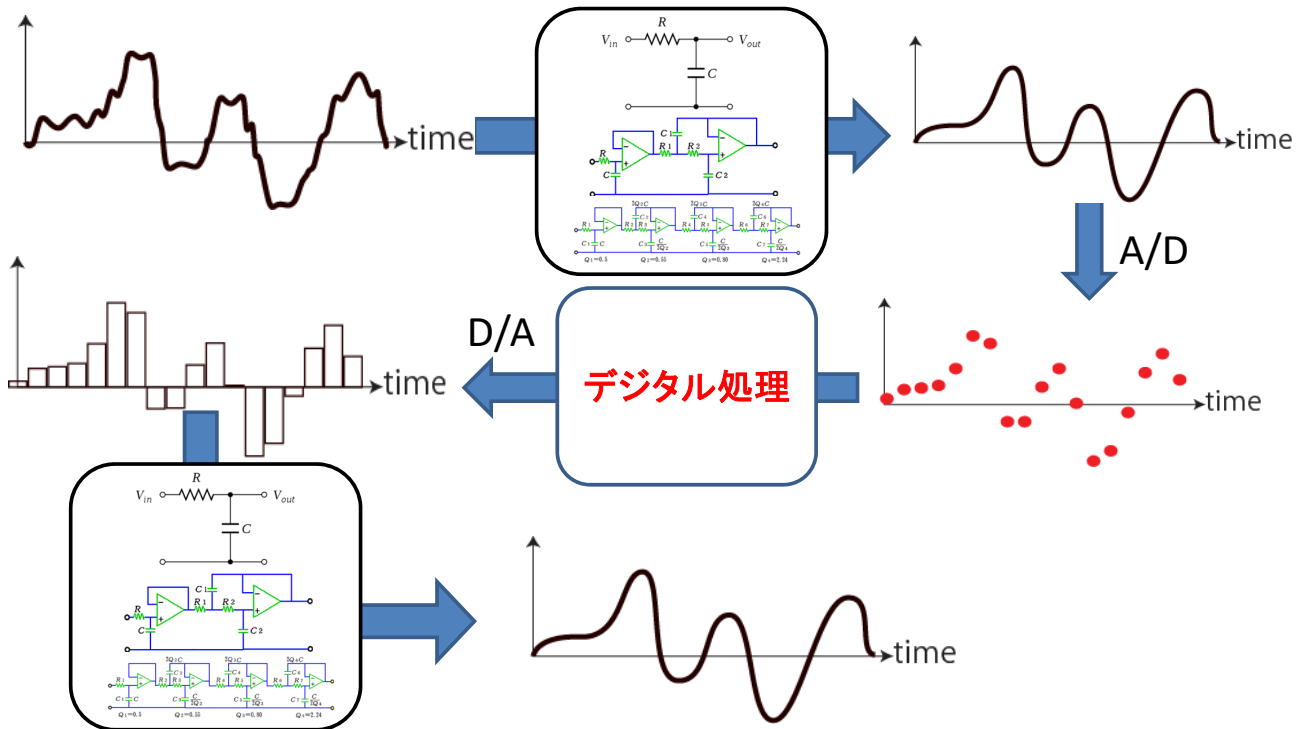
サンプリングデータ(デジタルデータ)からアナログ波形の出力の実際



実際には**アナログ回路**で高周波成分をカットする場合はほとんど
カット周波数 = サンプリング周波数の半分



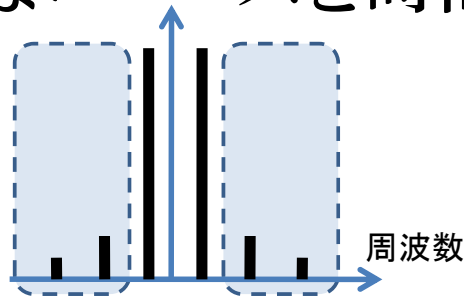
「デジタル」処理のための「アナログ」処理まとめ



- ① A/D前にサンプリング定理を満たすためのローパス
- ② D/A後にサンプリング定理を満たすためのローパス



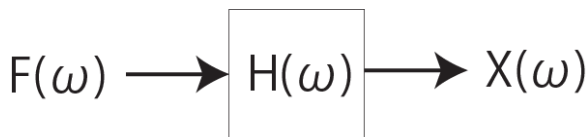
理想的なローパスを時間領域で考えると？



本来ありえない
|サンプリング周波数|
/2以上
の成分を削除

信号のフーリエ変換 $F(\omega)$ にフィルタ $H(\omega)$ をかけることを意味する

$$X(\omega) = H(\omega) \times F(\omega)$$

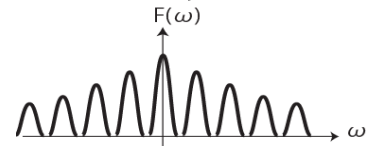
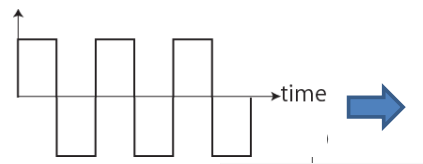


$H(\omega) =$

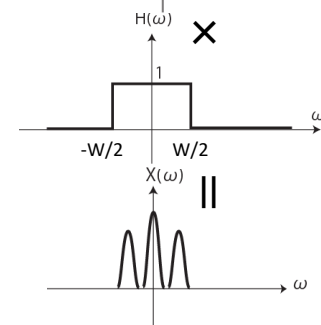
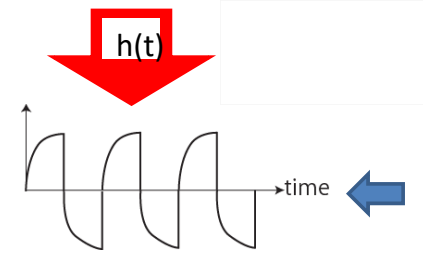


理想的低域通過フィルタ：時間領域では？

●入力: $f(t)$



●出力: $x(t)$



$$H(\omega) = \begin{cases} 1 & (|\omega| < W/2) \\ 0 & (|\omega| \geq W/2) \end{cases}$$

逆フーリエ変換で $h(t)$ を求めてみる

$$h(t) = \int_{-W/2}^{W/2} H(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

$$= \int_{-W/2}^{W/2} 1 \cdot e^{j\omega t} d\omega$$

$$= \left[\frac{e^{j\omega t}}{jt} \right]_{-W/2}^{W/2}$$

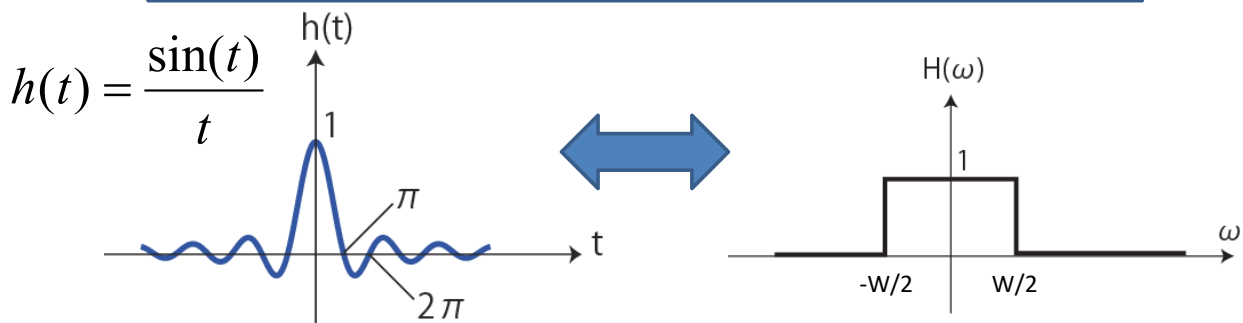
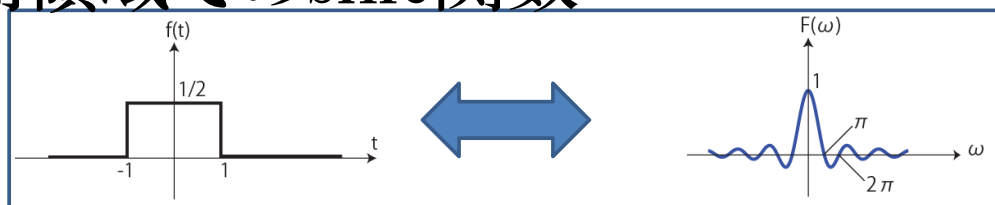
$$= \frac{e^{j(W/2)t} - e^{-j(W/2)t}}{jt}$$

$$= \frac{2j \sin(Wt/2)}{jt}$$

$$= \frac{2 \sin(Wt/2)}{t}$$



時間領域でのsinc関数

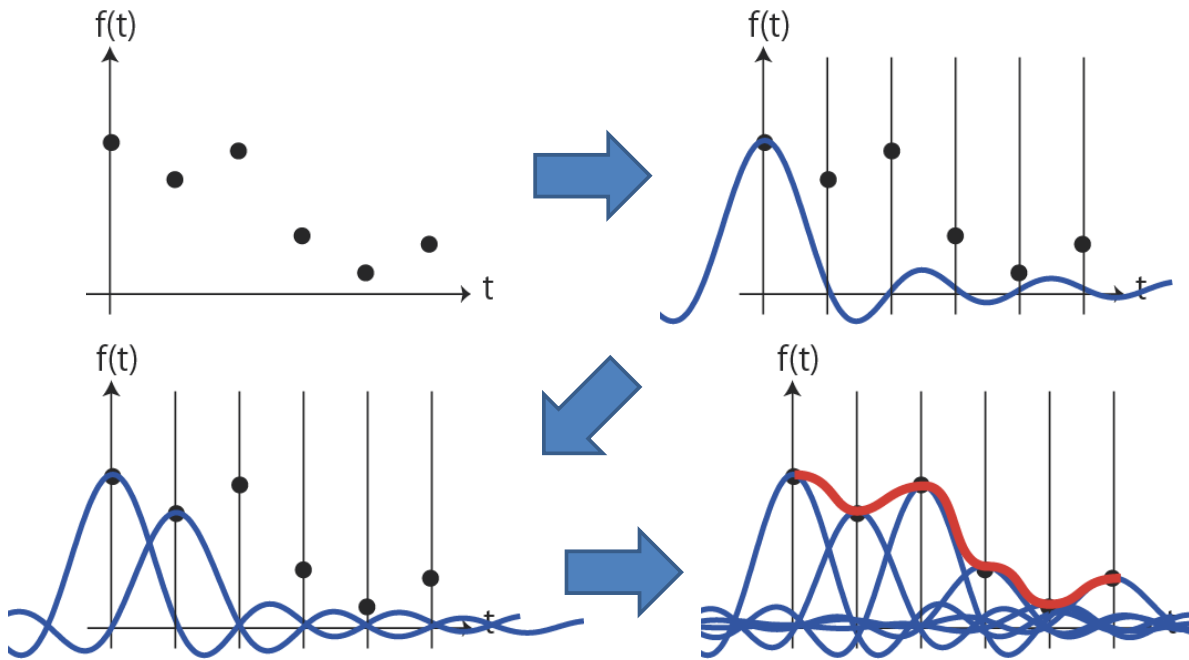


周波数領域での理想的な低域通過フィルタは、時間領域でのsinc関数に他ならない

ただし無限に長いフィルタになるので、結局矩形波(=平均化)や、よりなだらかな波形が用いられる。



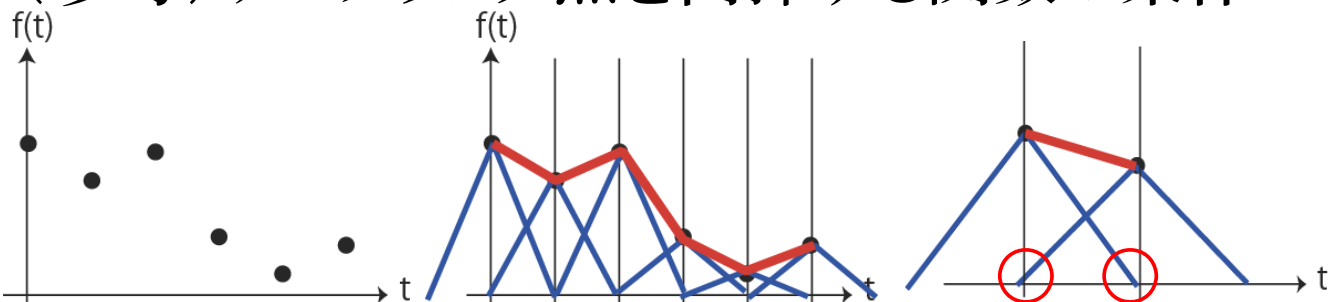
(参考) サンプル点を「なだらかに内挿する」関数としてのsinc関数



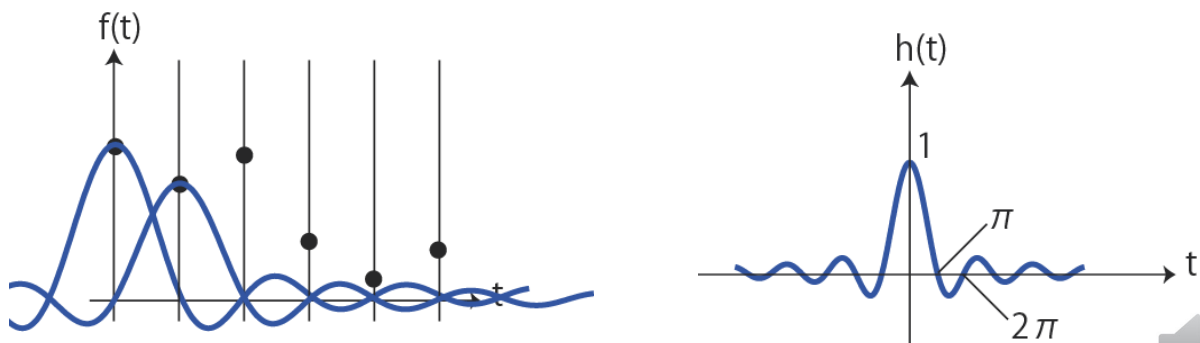
Sinc関数での「畳み込み積分」:
 サンプル点ごとにsinc関数を重ねあわせていく操作に相当



(参考) サンプル点を内挿する関数の条件



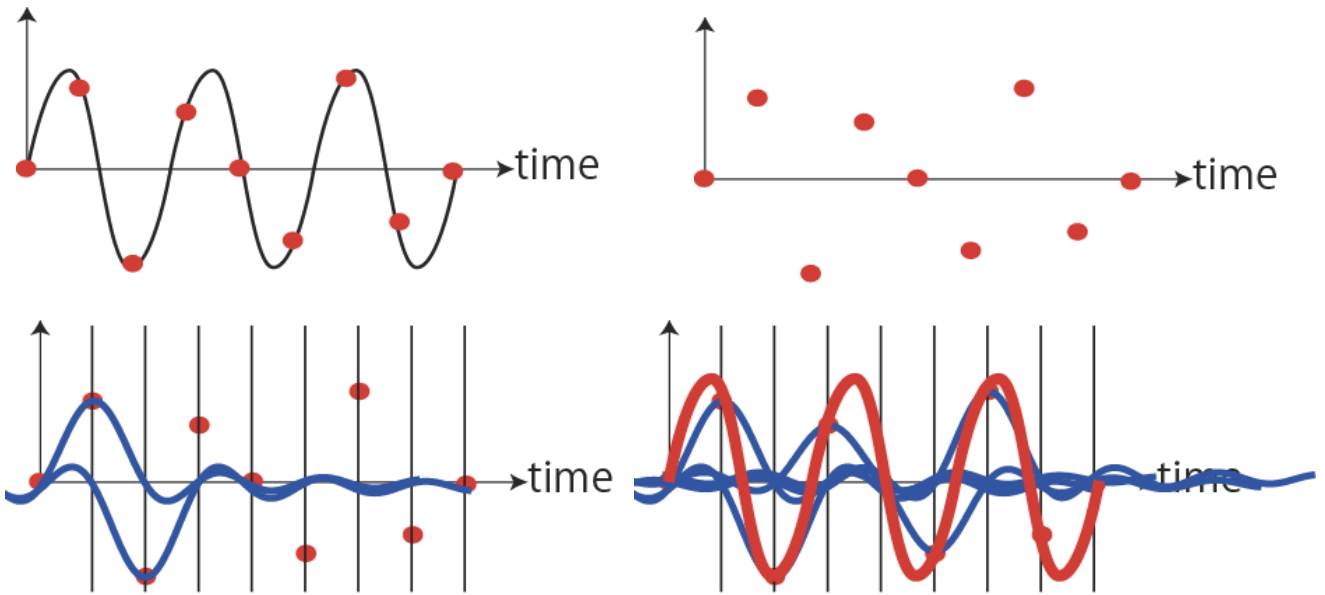
最も簡単な内挿=線形補間。この場合基礎となる関数は孤立三角波
 各関数の合算結果がサンプル点を通過するためには、
 基礎となる関数が、サンプル点で0にならないといけない。




Sinc関数はこの条件を満たしている。

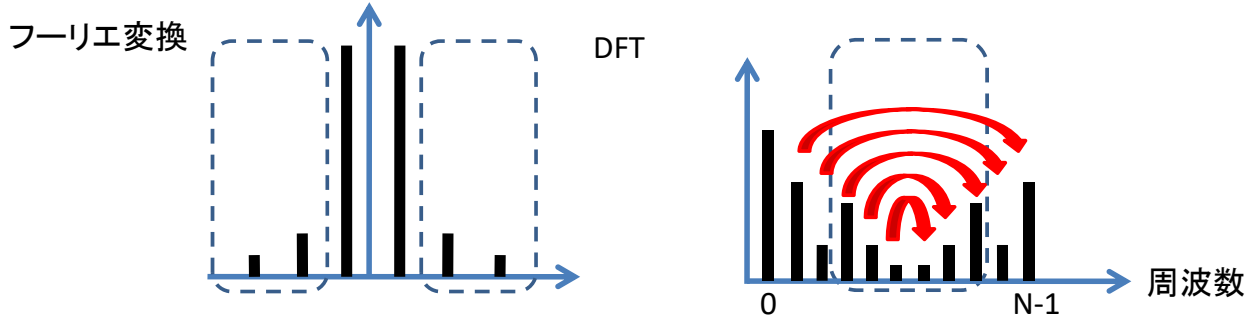


(参考) サンプルング定理ぎりぎりの波形も

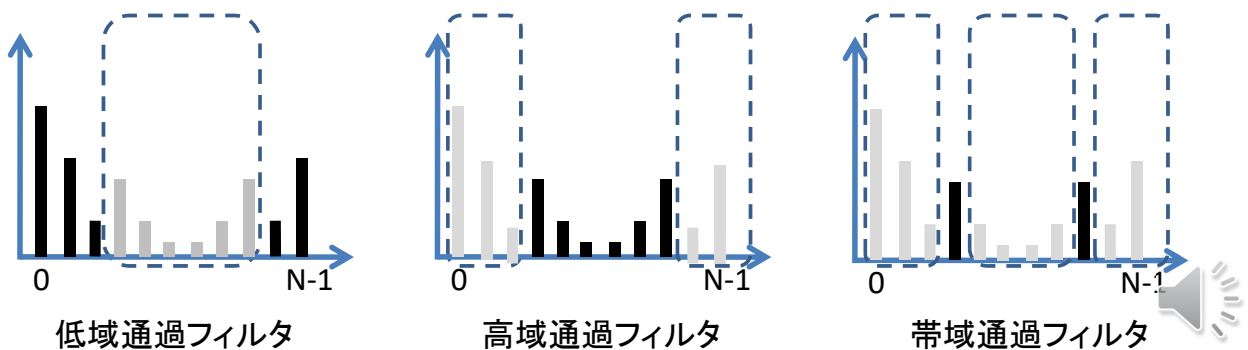


サンプルング定理ギリギリの波形のサンプルング結果も、Sinc関数で理論通りに内挿するとちゃんと元に戻る 

周波数領域でのフィルタリング処理



フーリエ変換に対するフィルタリング: 原点对称
DFTに対するフィルタリング: **中心対称**に作用させる必要



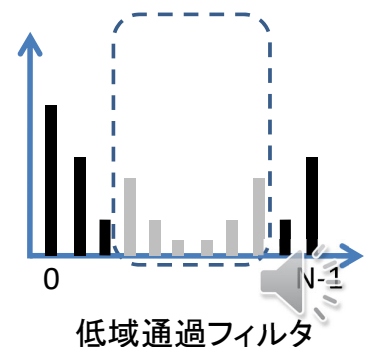
レポート課題2 (余裕のある人のみ)

低域通過フィルタによって、三角波を正弦波にする。

(1: 時間領域での処理) レポート課題1と同様のFIRフィルタをかけ、波形が正弦波に近づいていくことを観察せよ

(2: 周波数空間での処理) 三角波のフーリエ変換結果に対して、周波数領域で低域を通過させた後、逆フーリエ変換で波形を元に戻せ。

理解してほしいこと: 時間領域での処理 (畳込み積分) と周波数空間での処理が同じ結果を生むことを認識。



レポート課題2(2) 参考(ほぼ答え)

```
wave=[-49:50]; //一周期100の三角波
wave = [wave,wave,wave,wave,wave]; //5回繰り返す。つまり500要素の波形
plot(wave);
fourier = fft(wave); //フーリエ変換。500要素のベクトル
```

```
//パワースペクトルを計算
//power_spec = fourier .* conj(fourier);
//plot(power_spec); //計算結果を表示
```

```
//フーリエ変換結果から高域を取り除く。どこからどこまで取り除くかは、パワースペクトルの観察で見極める。DFT結果に対しては左右対称に取り除くことに注意  
//Scilabでは配列の添字が1から始まることに注意
```

```
for i= [ ]
    fourier(i)=0;
end
```

```
wave2=ifft(fourier); //逆フーリエ変換
plot(wave2);
```

