

テストのオンライン化に伴い、下記の問題とは異なる問題を出す場合もあります。
解答にあたっては答えのみ書くのではなく、式展開も詳細に書くこと。
答えのみは0点とします。

1 フーリエ級数展開

(1.1) フーリエ級数展開の基底関数 $\cos(2\pi mt)$ と $\cos(2\pi nt)$ (m, n は整数) が, $m=n$ の場合を除き直交基底であることを示せ.

(1.2) フーリエ級数展開の基底関数 $\cos(2\pi mt)$ と $\sin(2\pi nt)$ (m, n は整数) が, 直交基底であることを示せ.

2 フーリエ変換

(2.1) 次の関数をフーリエ変換し、 ϵ が小さくなるにつれてフーリエ変換の結果がどのように変わるか説明せよ

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{2\epsilon} & -\epsilon \leq t \leq \epsilon \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

(2.2) 実関数のフーリエ変換について、パワースペクトルが y 軸で折り返すことを示せ

(2.3) 実信号の離散フーリエ変換について、パワースペクトルが折り返すことを示せ

(2.4) (コンボリューション定理) $X(\omega) = F(\omega)H(\omega)$ から $x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau$ を導出せよ。

(2.5) (コンボリューション定理) $x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau$ から $X(\omega) = F(\omega)H(\omega)$ を導出せよ。

3 伝達関数

入力を $f(t)$, 出力を $x(t)$, m, c, k を定数とするシステム $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f$ が与えられた時, 入出力間の伝達関数を求めよ.

4 信号処理

(4.1) 次の平滑化フィルタの周波数軸表現を導出し、その働きについて説明せよ。

$$h(t) = \begin{cases} \frac{1}{2\epsilon} & -\epsilon \leq t \leq \epsilon \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

(4.2) (ウィナー・ヒンチンの定理) 自己相関関数 $R_{ff}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{f(t)} f(t+\tau) dt$ をフーリエ変換し、元信号のパワースペクトルとなることを示せ。

5 信号処理応用

周波数 ω が既知で、ノイズの混入した正弦波信号 $f(t) = A \sin(\omega t + \phi) + n(t)$ を得たとする。この信号 $f(t)$ に対して、 $\cos(\omega t)$ と $\sin(\omega t)$ でそれぞれ内積をとることによって振幅 A と位相差 ϕ を求める方法を、数式によって説明せよ。

6 画像処理

次の言葉について数式と図を用いて説明せよ。

(6.1) Nearest Neighbor 法

(6.2) Bi-Linear 法

(6.3) メディアンフィルタ

(6.4) 偽解像

(6.5) Sobel フィルタ

(6.6) Laplacian フィルタ

(6.7) テンプレートマッチング

(6.8) ステレオビジョン

(6.9) オプティカルフロー