# インタラクティブシステム論
# 第４回

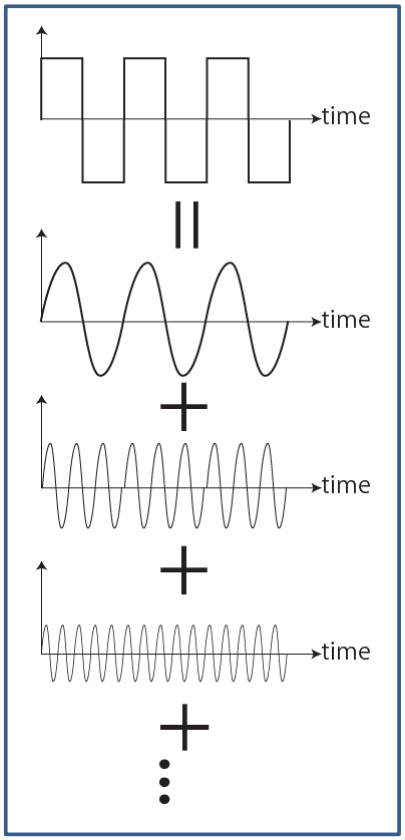
梶本裕之

## 日程

| 講義番号 | 講義日 | 講義内容 | pdf | video |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 4/8 | イントロダクション(出張のためオンライン・オンデマンド) | [pdf] 2023年版 | video |
| | | Scilab課題 | [pdf](更新なし) | |
| | | 上記資料のPython版 | [pdf](更新なし) | |
| 2 | 4/15 | フーリエ変換 | [pdf] 2023年版 | video |
| 3 | 4/22 | フーリエ変換と線形システム | [pdf] 2023年版 | video |
| 4 | 5/13 | 信号処理の基礎 (出張のためオンライン・オンデマンド) | [pdf] 2023年版 | video |
| 5 | 5/20 | 信号処理の応用1(相関) | [pdf] 2023年版 | video |
| 6 | 5/27 | 信号処理の応用2(画像処理) | [pdf] 2023年版 | video |
| - | 6/3 | 中間確認テストとその解説 | [pdf] | |
| 7 | 6/10 | ラプラス変換(出張のためオンライン・オンデマンド) | [pdf] 2023年版 | video |
| 8 | 6/17 | 古典制御の基礎 | [pdf] 2023年版 | video |
| 9 | 6/24 | 行列 | [pdf] 2023年版 | video |
| 10 | 7/1 | 行列と最小二乗法(出張のためオンライン・オンデマンド) | [pdf] 2023年版 | video |
| 11 | 7/8 | ロボティクス | [pdf] 2023年版 | video |
| - | 7/15 | 期末テスト準備（自習） | [pdf]2022年版 | |
| - | 7/22 | 期末確認テストとその解説 | | |

日程およびテストを大学で行うかについては、随時アナウンスします。Google Classroomでもアナウンスの予定。

# （復習）：フーリエ級数展開




周期Tの波形 f(t)は次のように分解できる

$$f(t) = a_0 + \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos(2\pi mt/T) + \sum_{m=1}^{\infty} b_m \sin(2\pi mt/T)$$

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt$$ 平均値（DC成分）

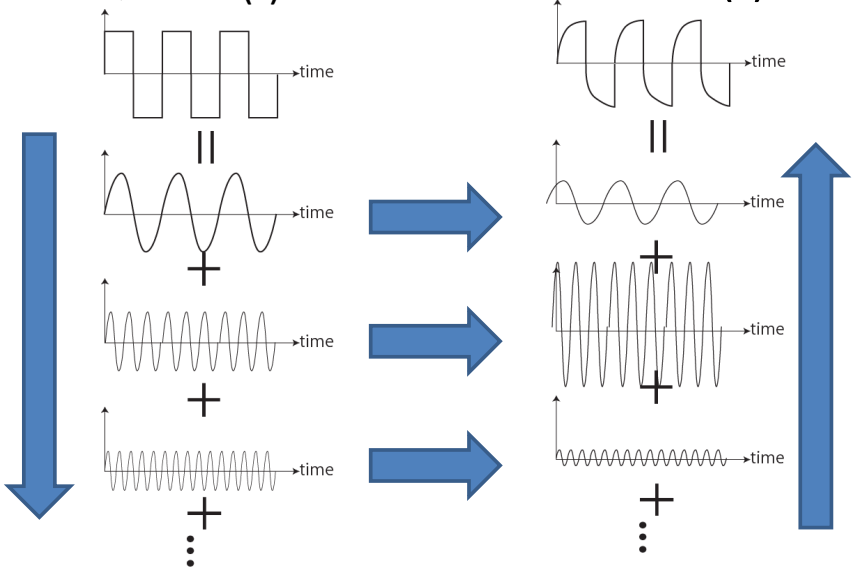
$$a_m = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos(2\pi mt/T)dt$$

$$b_m = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin(2\pi mt/T)dt$$

※この授業では係数は気にしない.

# （復習：フーリエ級数展開）
# 歪みを周波数で分解して説明できる

●入力：f(t)　　●出力：x(t)




（1）入力f(t)を周波数分解する
（2）周波数ごとの出力の振幅と位相を求める.
（3）合計すると出力が得られる.

これを連続関数で考えるとどうなるか？

# （復習）フーリエ変換

フーリエ級数展開は周期的な信号を分解するのに使われた.
フーリエ変換は周期的ではない信号に対する変換.
Tを無限大とした極限から導かれる.
逆フーリエ変換によって元に戻すことができる.

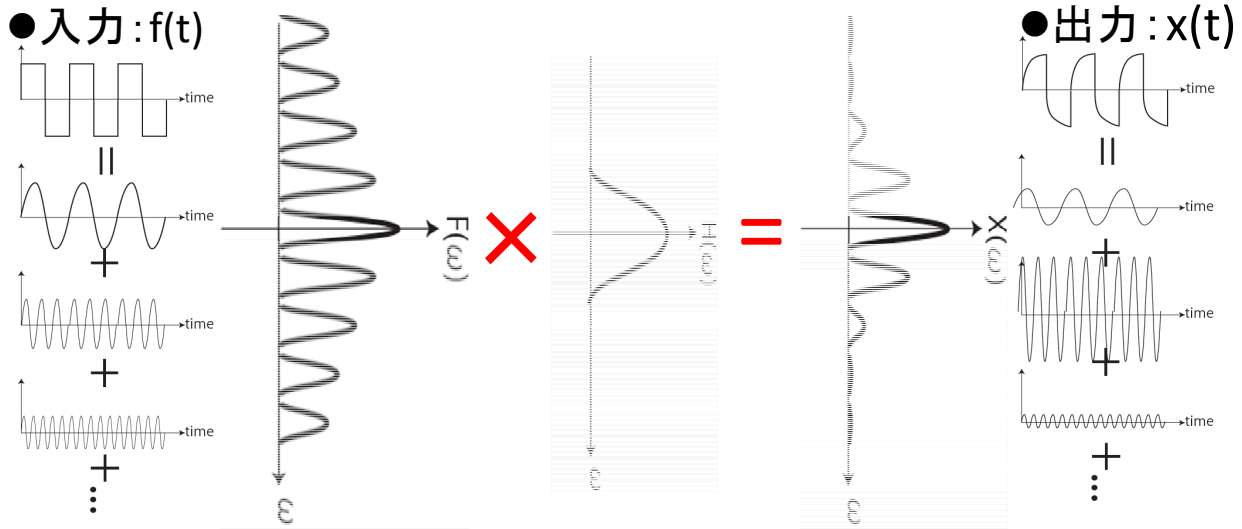
フーリエ変換

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\exp(-j\omega t)dt$$

逆フーリエ変換

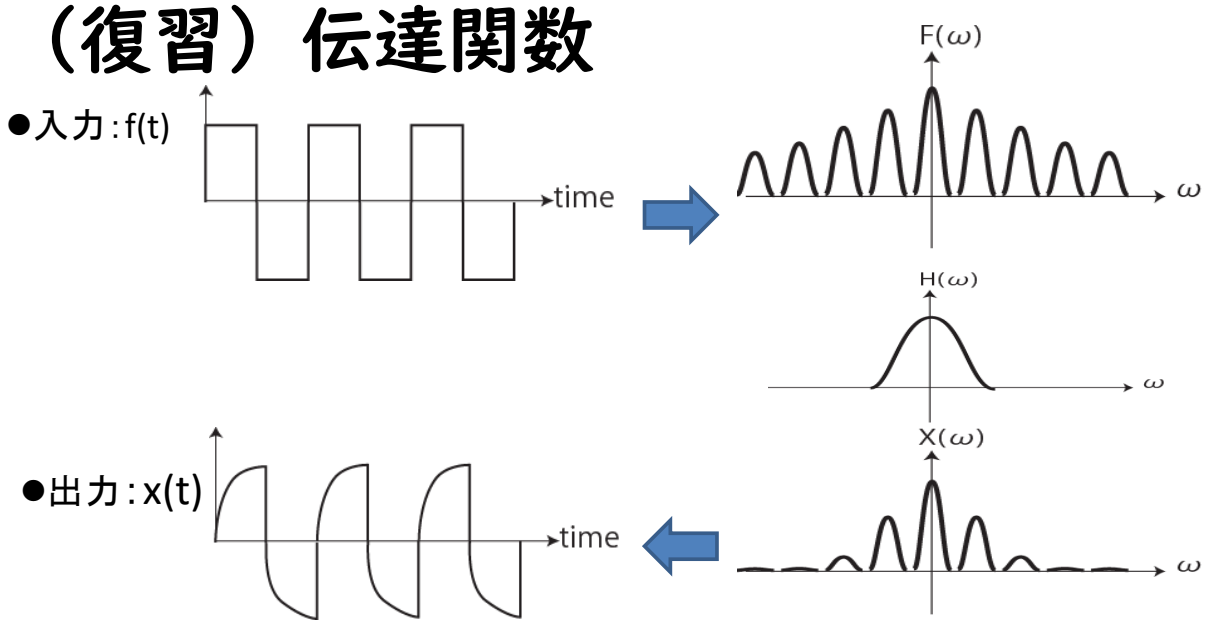
$$f(t)=\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)\exp(j\omega t)d\omega$$

# （復習）入出力の関係：関数同士の掛け算




（1）入力f(t)を周波数分解⇒F(ω)
（2）周波数ごとにどれだけ振幅と位相が変わるか：H(ω)
（3）出力（のフーリエ変換）：X(ω)=H(ω)*F(ω)
（4）逆フーリエ変換すると出力が得られる：x(t)

# （復習）伝達関数

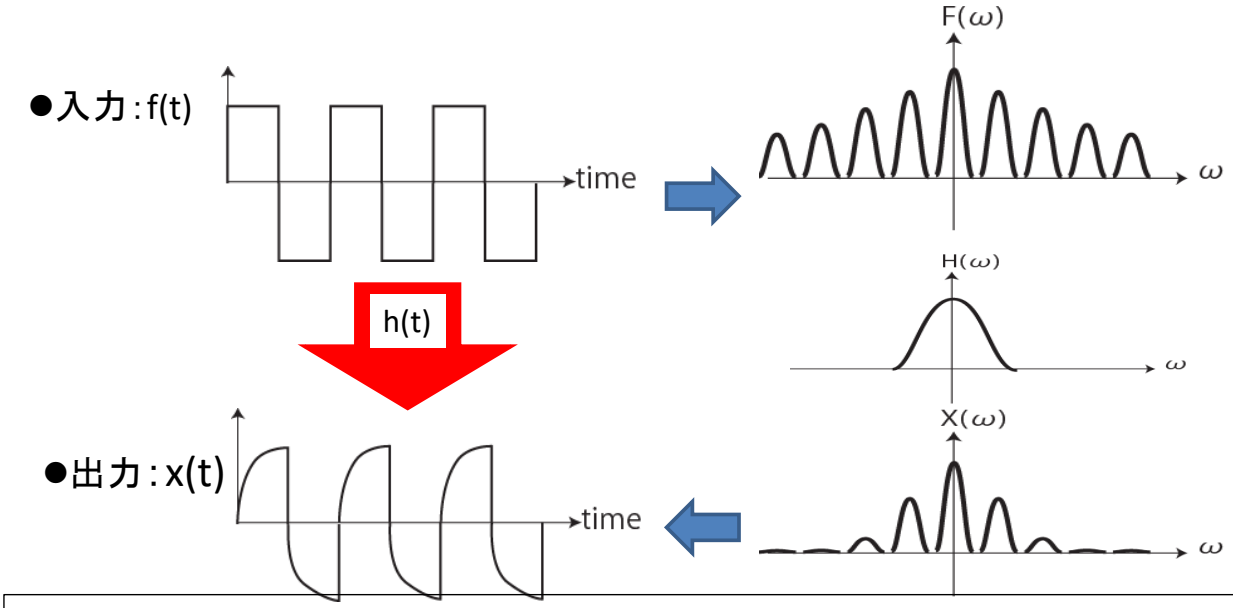



フーリエ空間では，入出力は単なる掛け算で表される．

$$X(\omega) = H(\omega) \times F(\omega)$$

この入出力関係を定義するシステムの性質H(ω)を伝達関数と呼ぶ．

# 今日の話題：周波数領域ではなく，時間領域のまま議論できないか？




$X(\omega) = H(\omega) \times F(\omega)$：周波数領域で美しいのは分った．
時間的な現象として何が起きているのか分からない．

# 式で考えよう

フーリエ変換

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\exp(-j\omega t)dt$$

逆フーリエ変換

$$f(t)=\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)\exp(j\omega t)d\omega$$

X(ω)＝H(ω)×F(ω)

両辺を逆フーリエ変換すれば時間領域の信号に戻る.

$$x(t)=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

# 逆順の計算もしておく（ふつうはこちら）

フーリエ変換

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\exp(-j\omega t)dt$$

逆フーリエ変換

$$f(t)=\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)\exp(j\omega t)d\omega$$

$$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

両辺をフーリエ変換.

$$X(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\exp(-j\omega t)dt\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}\exp(-j\omega(\tau+(t-\tau))dt\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}\exp(-j\omega\tau)\cdot\exp(-j\omega(t-\tau))dt\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty} \quad d\tau\int_{-\infty}^{\infty} \quad dt$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty} \quad d\tau\int_{-\infty}^{\infty} \quad dt'$$

$$=F(\omega)H(\omega)$$

# コンボリューション定理

$$X(\omega) = F(\omega)H(\omega) = H(\omega)F(\omega)$$

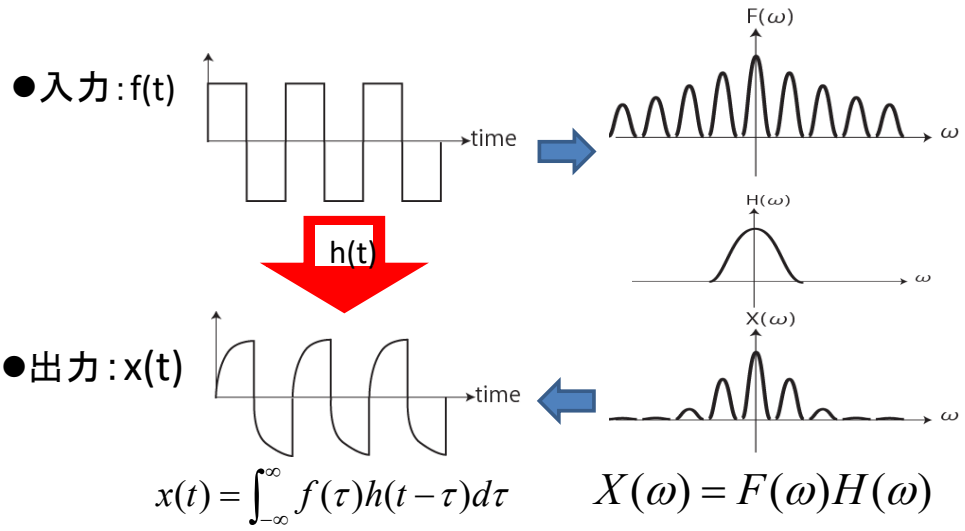
フーリエ逆変換 ⇕ フーリエ変換

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)f(t-\tau)d\tau$$

簡略化のため次のようにも表記

$$x(t) = f(t) * h(t) = h(t) * f(t)$$

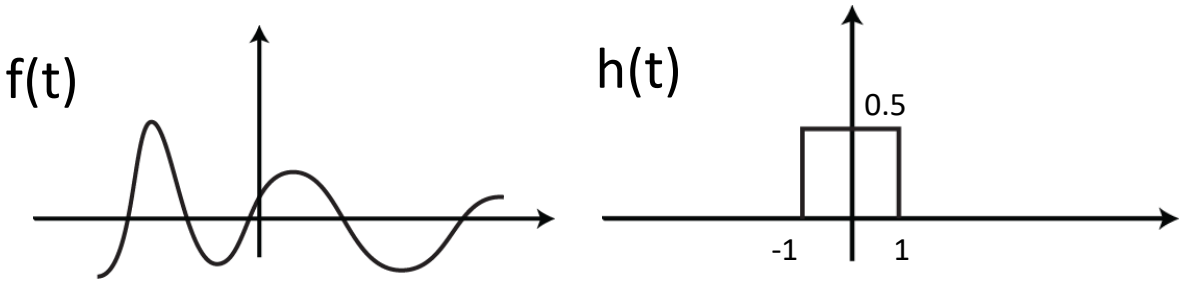
# コンボリューション定理の意味するところ（１）




- h(t)のフーリエ変換がH(ω)であるとする．
- 周波数領域でフィルタH（ω）をかけることは，
時間領域では，入力信号x(t)に対する関数h(t)の畳み込み積分（コンボリューション）として表現される．

## コンボリューション定理の意味するところ（２）

$$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)f(t-\tau)d\tau$$

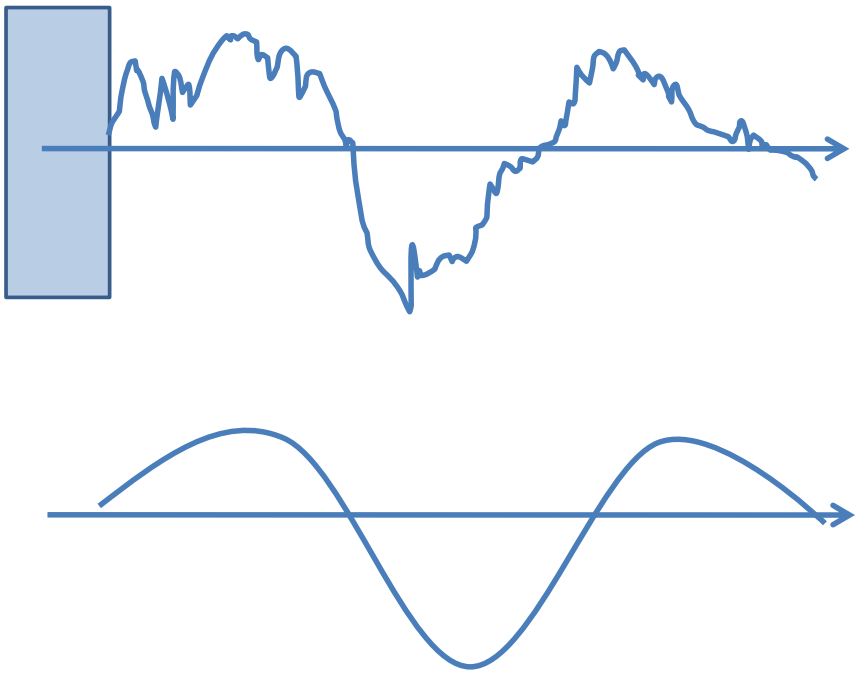



例えば，h(t)=0.5　(-1<t<1)なら，

$$x(t)=$$

これは，f(t)を平均化していくフィルタ

## 平均化？

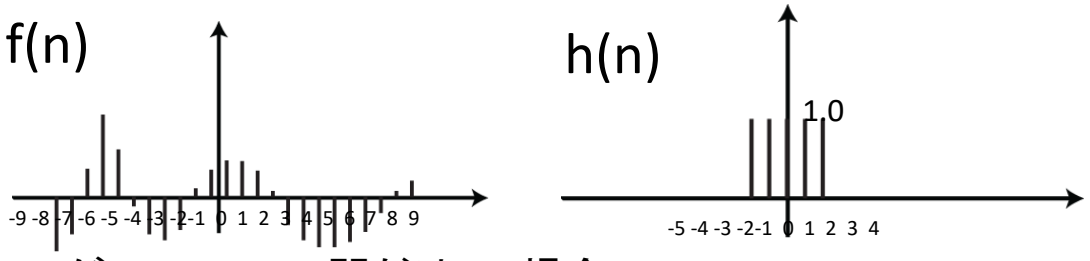


ノイズを「ならし」て大域的な特徴をつかむ

# 離散化による理解

$$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)f(t-\tau)d\tau \Rightarrow x(n)=\sum_{i=-\infty}^{\infty} h(i)f(n-i)$$

x(n)=...+ h(-4)f(n+4) + h(-3)f(n+3) +...+ h(3)f(n-3) + h(4)f(n-4)+...



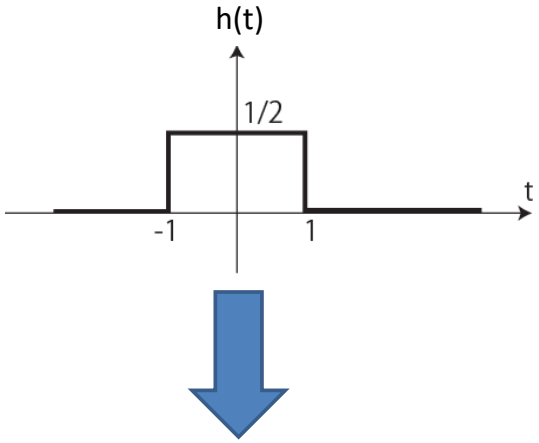

h(n)が，n=-2～2の間だけ1の場合，

x(1)=f(3) + f(2) + f(1) + f(0) + f(-1)
x(2)=f(4) + f(3) + f(2) + f(1) + f(0)
x(3)=f(5) + f(4) + f(3) + f(2) + f(1)
x(4)=f(6) + f(5) + f(4) + f(3) + f(2)
x(n)=f(n+2) + f(n+1) + f(n) + f(n-1) + f(n-2)

出力xは，入力fの「平均化」になっている．

# （復習）フーリエ変換の計算例：矩形波

$$h(t)=\begin{cases}1/2 & -1\le t\le 1\\ 0 & otherwise\end{cases}$$




$$H(\omega)=\int_{t=-\infty}^{\infty} f(t)\exp(-j\omega t)dt$$

$$=$$

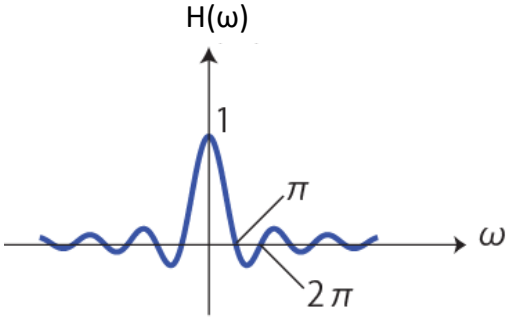
$$=\left[\frac{1}{-j2\omega}\exp(-j\omega t)\right]_{-1}^{1}$$

$$=\frac{1}{-j2\omega}\left(\exp(-j\omega)-\exp(j\omega)\right)$$

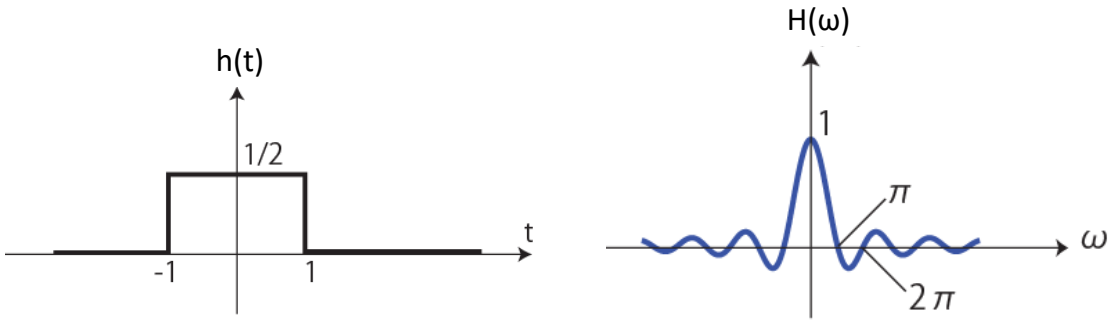
$$=\frac{1}{-j2\omega}\left(\cos(\omega)-j\sin(\omega)-\cos(\omega)-j\sin(\omega)\right)$$

$$=\frac{-j\sin(\omega)}{-j\omega}$$

$$=$$



# h(t)とH(ω）の関係：フーリエ変換



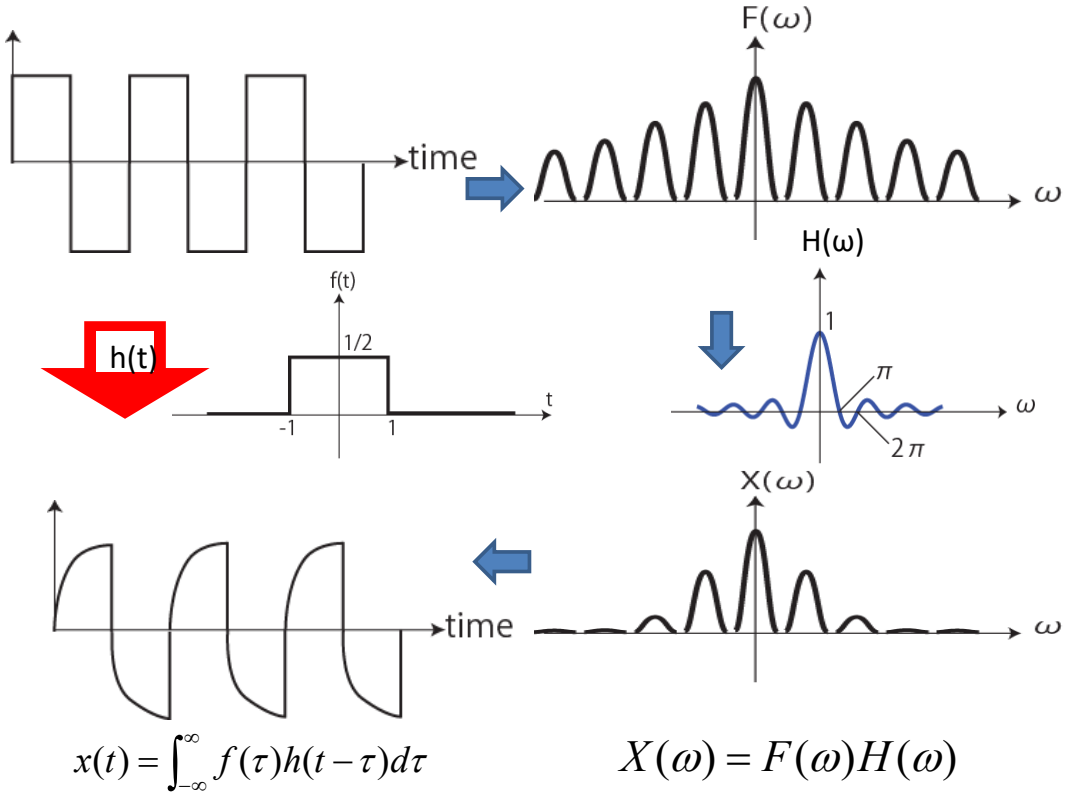

つまり，このh(t)のフーリエ変換H(ω)は，大雑把には
「低い周波数で大きな値をとり，高い周波数で小さな値をとる」
すなわち，低域通過フィルタ（LPF：Low Pass Filter)である．

時間領域での「平均化（平滑化）フィルタ」
≒周波数領域での「ローパスフィルタ」

# 実時間での矩形波による平均化
# ＝フーリエ空間でのsinc関数による低域通過

●入力：f(t)

●出力：x(t)

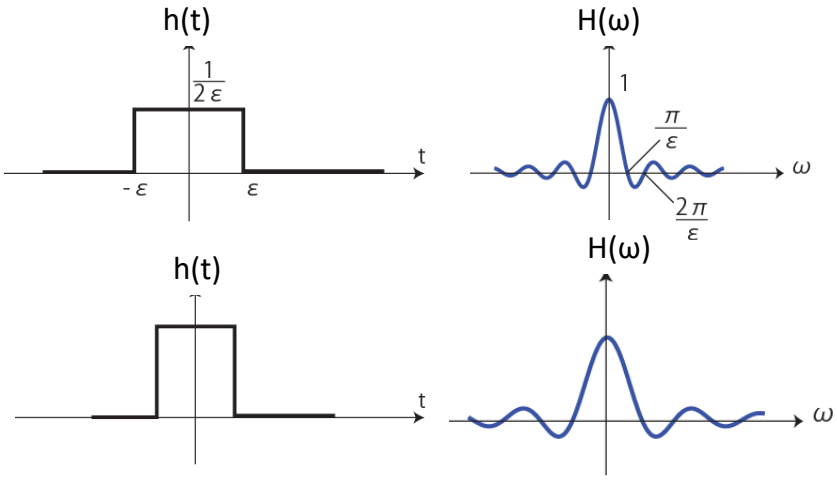



$$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

$$X(\omega)=F(\omega)H(\omega)$$

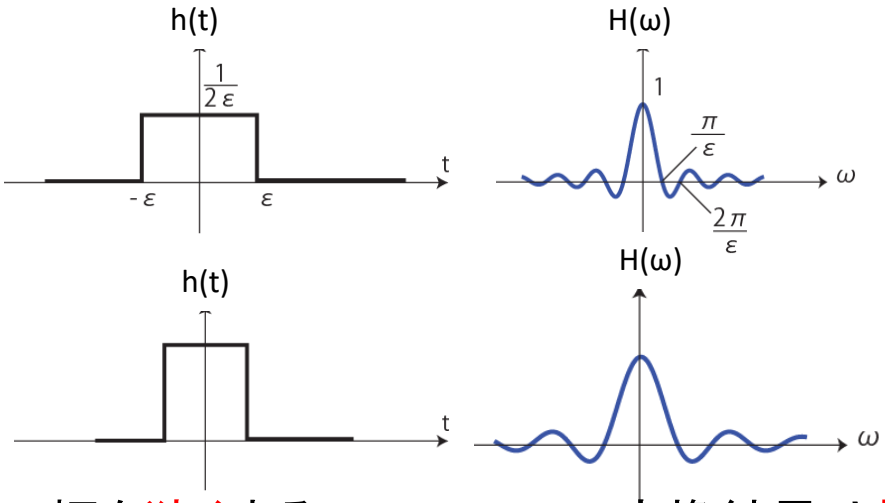
# （復習）矩形波の幅が変わると？

$$h(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{2\varepsilon} & -\varepsilon \le t \le \varepsilon \\ 0 & otherwise\end{cases} \Rightarrow H(\omega)=$$




矩形波の幅を狭くする ⇒ フーリエ変換結果は幅広に

# 平均化の時間幅と周波数帯域の関係

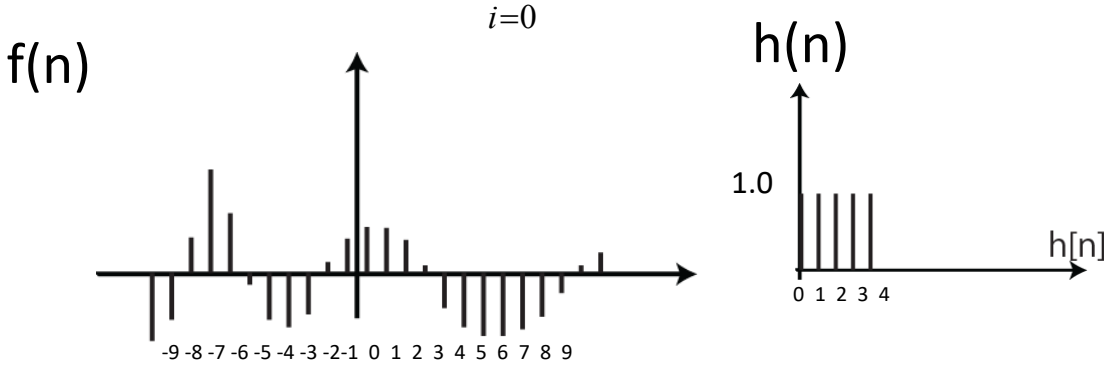



矩形波の幅を狭くする ⇒ フーリエ変換結果は幅広に

時間的な平均化（平滑化）フィルタの幅が広いほど
周波数的には低い周波数しか通さなくなる.

# 時間軸の離散化：FIRフィルタによる実装

$$x(n) = \sum_{i=0}^{\infty} h(i) f(n-i)$$



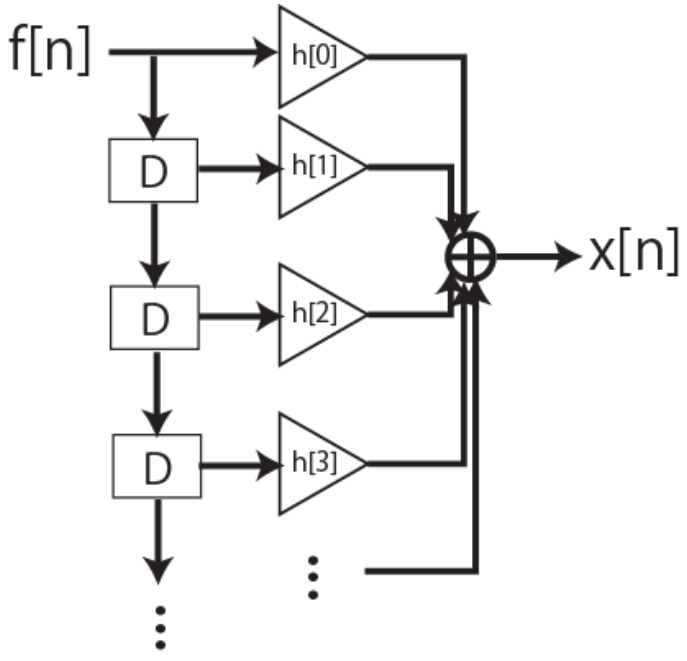

i=0から始める：未来のデータ が使えないことを意味する.
この例は，元データf(n)を，４個平均して出力する.

- 未来のデータが使えない例：リアルタイム制御
- 先のデータが使える例：画像処理

# FIRフィルタの図的理解

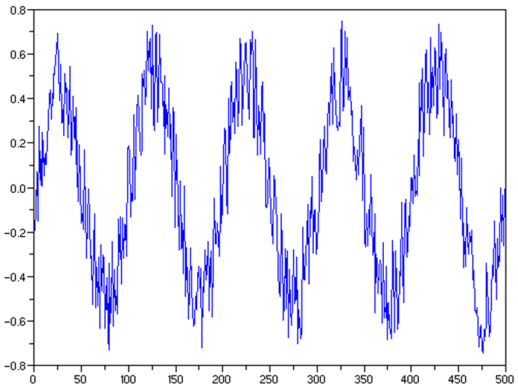
$$x(n) =$$

D:Delay，遅延器，メモリ.
h[n]：増幅器




FIR＝Finite Impulse Response
個々のインパルス応答を有限個足し合わせたもの.

# 平滑化フィルタの実例（１）

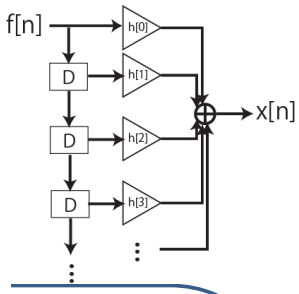


元の信号に
高周波ノイズが含まれている.

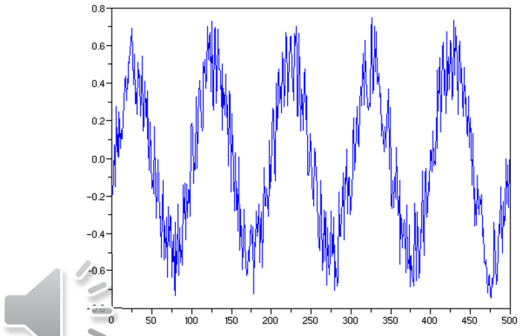
Scilabコード例

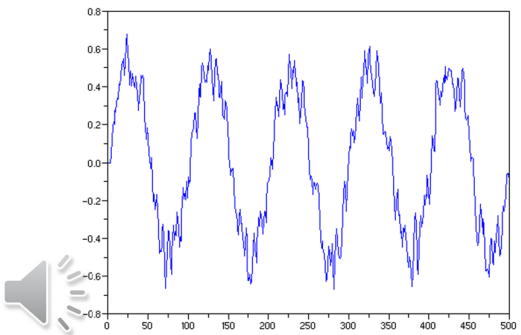
```
time = [0:0.01:100];

//振幅0.5の正弦波に最大振幅0.5のノイズが混入
wave=0.5*sin(time*2*%pi) + 0.5*(rand(time)-0.5);
playsnd(wave);
savewave('wave.wav',wave);
plot(wave(1:500));
```

# 平滑化フィルタの実例（２）




メモリを三つ持ったFIRフィルタによって平滑化



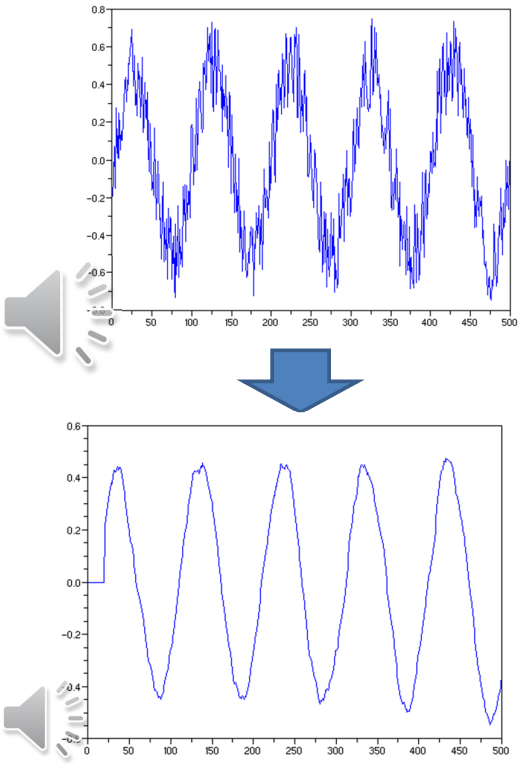


Scilabコード例

```
time = [0:0.01:100];
//振幅0.5の正弦波に最大振幅0.5のノイズが混入した信号
wave=0.5*sin(time*2*%pi) + 0.5*(rand(time)-0.5);

out=zeros(wave);
//3つを平均する.
for n=3:length(wave),
  for i=0:2,
    out(n)=out(n)+wave(n-i)/3;
  end
end
playsnd(out);
savewave('wave.wav',out);
plot(out(1:500));
```

# 平滑化フィルタの実例（3）

メモリを20個持ったFIRフィルタによって平滑化



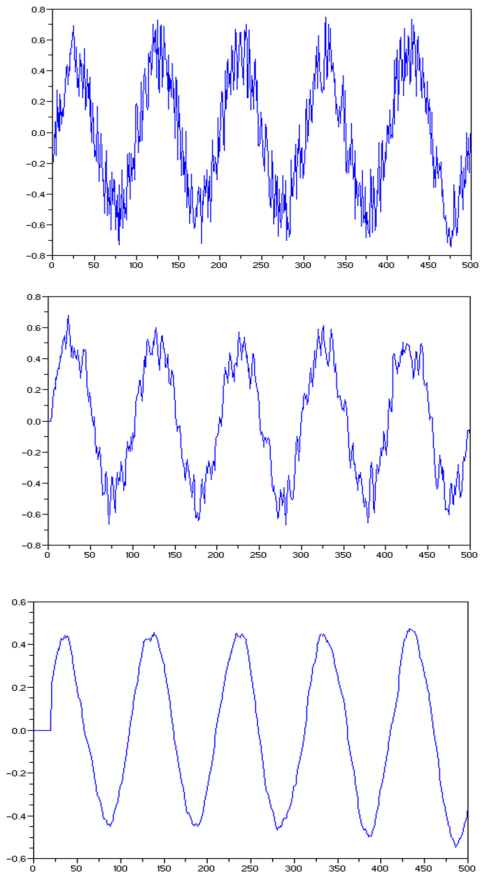
Scilabコード例

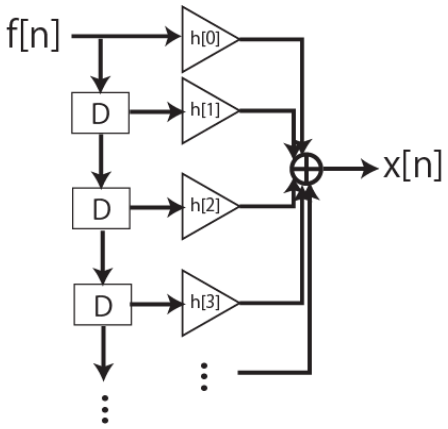
```
time = [0:0.01:100];
//振幅0.5の正弦波に最大振幅0.5のノイズが混入した信号
wave=0.5*sin(time*2*%pi) + 0.5*(rand(time)-0.5);

out=zeros(wave);

//20個を平均する.
for n=20:length(wave),
 for i=0:19,
  out(n)=out(n)+wave(n-i)/20;
 end
end

playsnd(out);
savewave('wave.wav',out);
plot(out(1:500));
```

# （参考）Pythonコード

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import simpleaudio as sa

time = np.arange(0,100,0.01)
wave = 0.5 * np.sin(2.0 * np.pi * time) + 0.5 * (np.random.rand(
np.size(time)) - 0.5)
out = np.zeros(np.size(wave))
for n in range(20,np.size(wave)):
    for i in range(0,20):
        out[n] = out[n] + wave[n-i]/20

audio = out * (2**15 - 1) / np.max(np.abs(out))
audio = audio.astype(np.int16)
play_obj = sa.play_buffer(audio, 1, 2, 44100)
play_obj.wait_done()
plt.plot(out[:500])
plt.show()
```

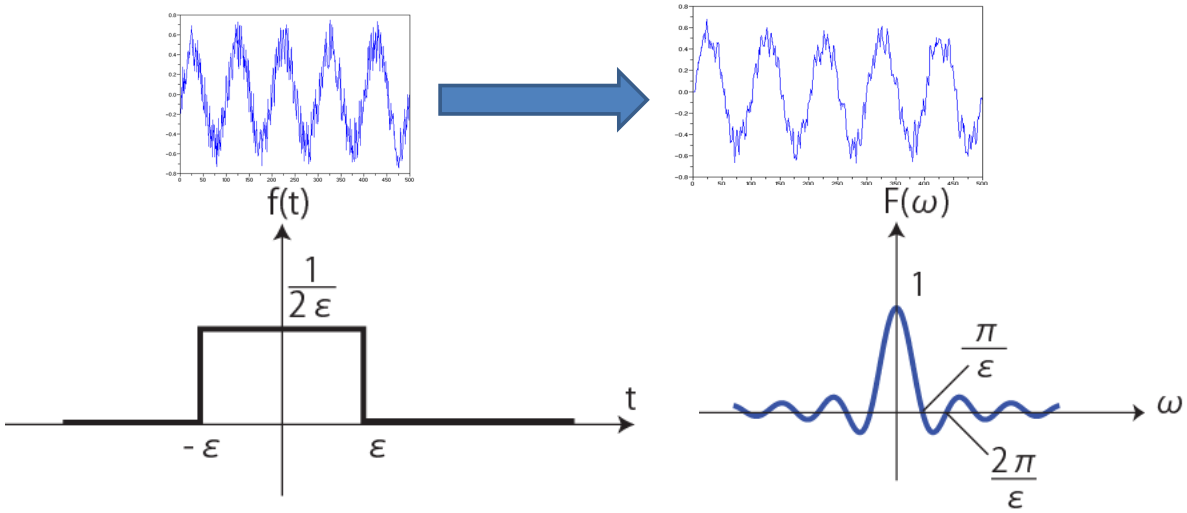
# FIRフィルタによる平滑化の効果と弊害






ステップ数が多くなるほど
＜効果＞
平滑化の効果が高い
（＝低域の通過周波数が下がる）
＜弊害＞
計算量の増大
ステップ数分の「時間遅れ」が必ず生じる

# どのくらいの周波数まで通過させるか

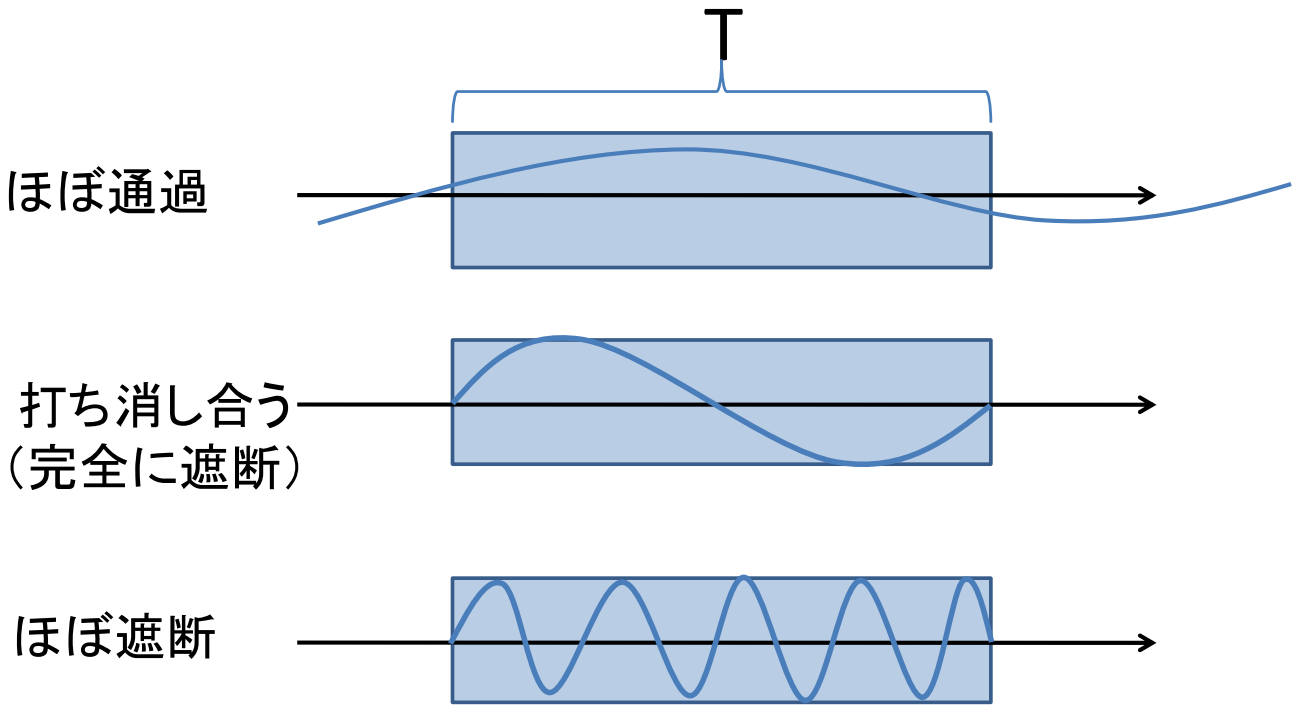



幅2εの矩形波のフーリエ変換：角周波数π/εで0

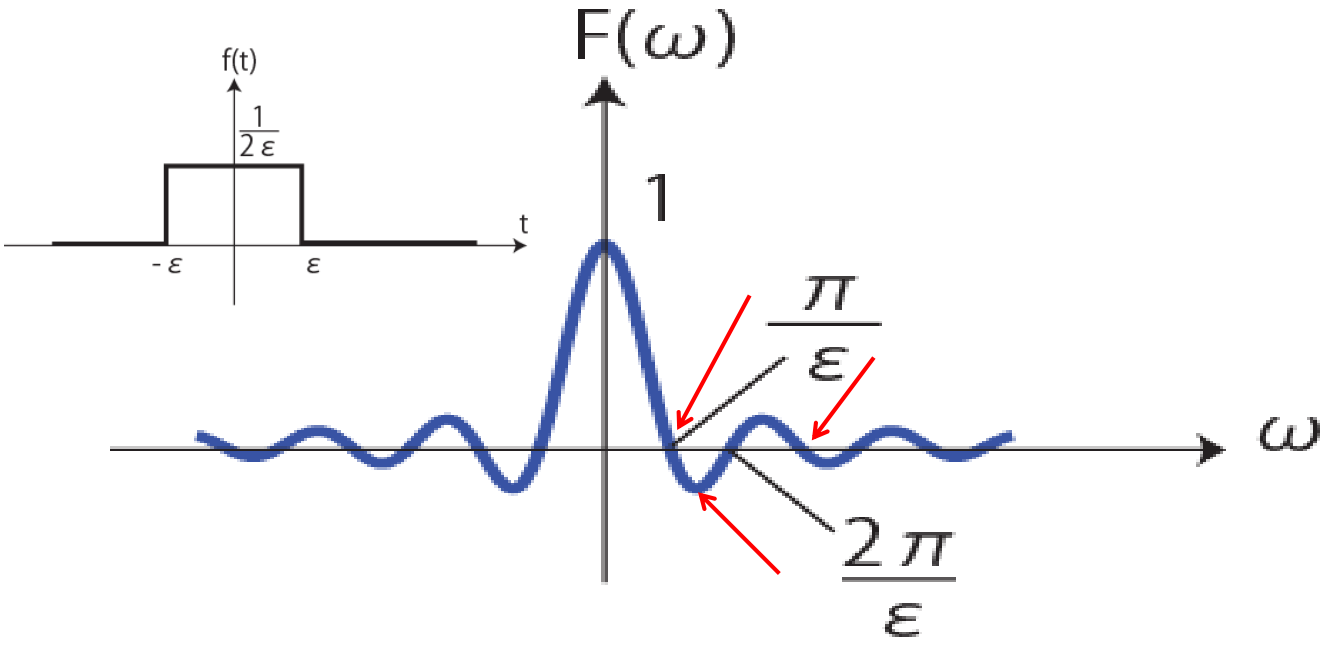
時間幅Tで平均化する場合：
角周波数2π/T（周波数1/T)(以上）の波を遮断.

# 平均化による遮断のイメージ

時間幅Tの平均化：周波数1/T (以上)の波を遮断.



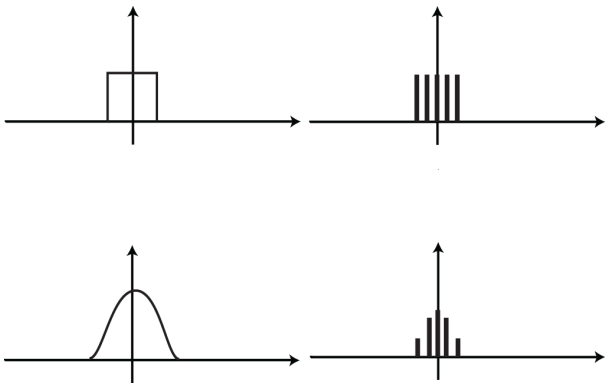

# 単純平均化によるローパスの落とし穴




特定の周波数は全く通さないが，高周波成分の遮断が周期的ふるまいを示す.

# 実際の低域通過フィルタ

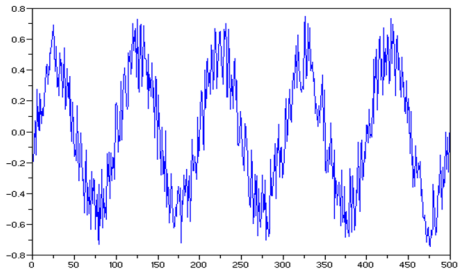
周波数空間での周期的ふるまいを無くすため，なだらかにする．

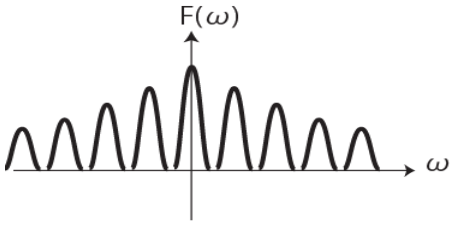


画像の世界では．．．「ガウスぼかし」

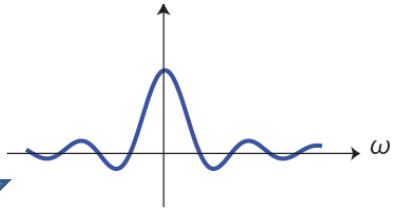
# 平均化による低域通過フィルタ：まとめ

●入力：f(t)

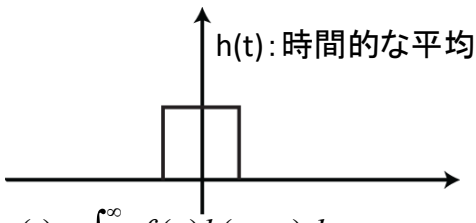





H(ω)：周波数的なローパス

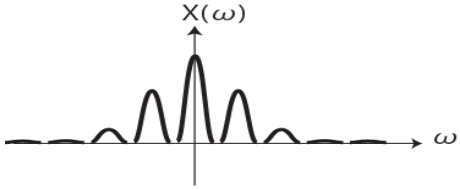



h(t)：時間的な平均化

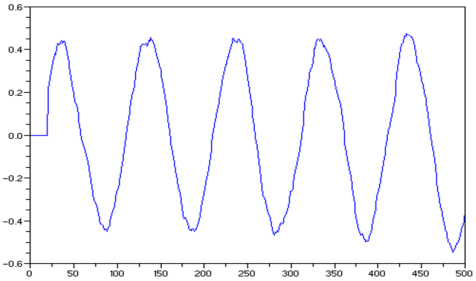


$$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

$$X(\omega)=F(\omega)H(\omega)$$




●出力：x(t)

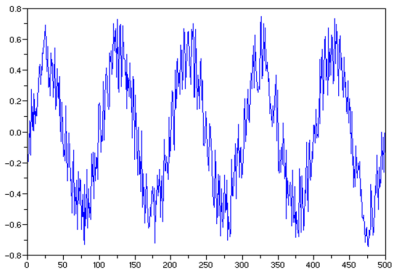


# 逆に高い周波数成分だけ取り出すには？

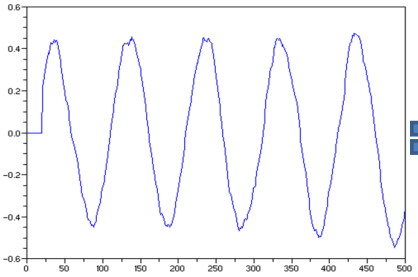
●ローパスフィルタ：低い周波数成分だけを取り出した

●元信号と低周波信号の差をとれば，高周波数成分だけ取り出せる？

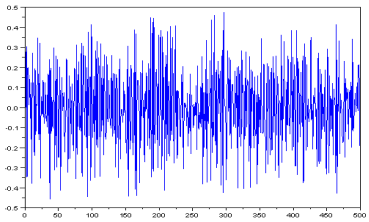
●入力f(t)



●ローパスx(t)

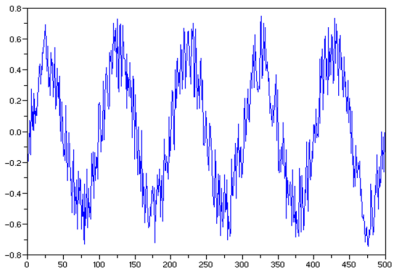


●高周波成分y(t)

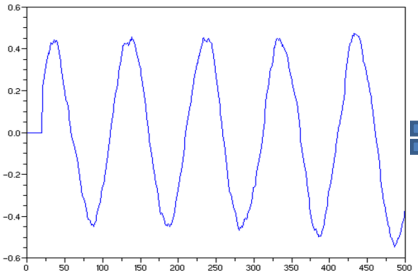


# ハイパスフィルタのFIRフィルタによる実装

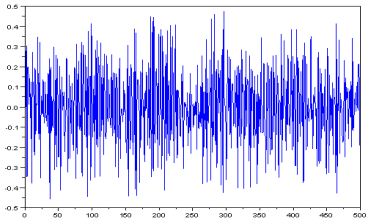
●入力f(t)

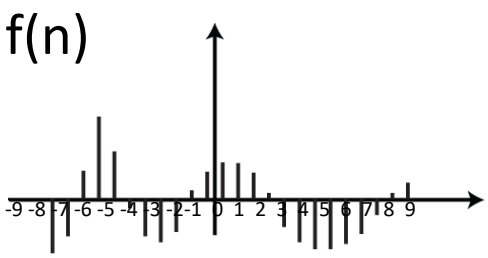


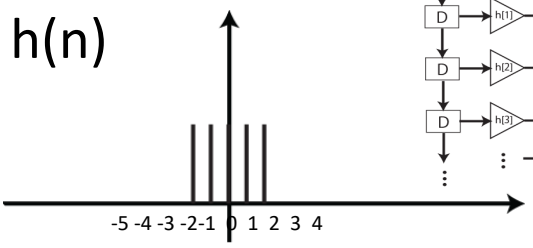
●ローパスx(t)

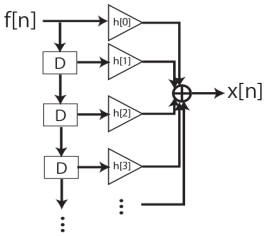


●高周波成分y(t)






ローパス例：x(n)=(f(n+2) + f(n+1) + f(n) + f(n-1) + f(n-2))/5

ハイパス例：y(n)=f(n)-x(n)

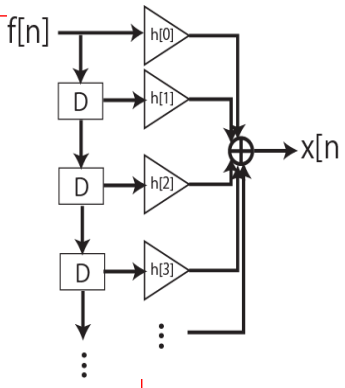
=-1/5・f(n+2) -1/5・f(n+1) +4/5f(n) -1/5・f(n-1) -1/5・f(n-2)

# ハイパスフィルタのFIRフィルタによる実装

ローパス：
強　　x(n)=(f(n+2) + f(n+1) + f(n) + f(n-1) + f(n-2))/5
↑　　x(n)=(f(n+1) + f(n) + f(n-1) + f(n-2))/4
↓　　x(n)=(f(n+1) + f(n) + f(n-1))/3
弱　　x(n)=(f(n) + f(n-1))/2

ハイパス：y(n)=f(n)-x(n)

ローパスが{強い・弱い}ほど，ハイパスは{弱く・強く}なる




最も簡単な場合：

$x(n)=(f(n) + f(n-1))/2$

ハイパス：

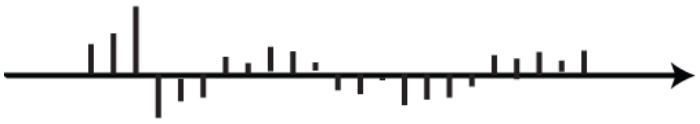
$y(n) = f(n)-x(n) =$

つまり，直前との「差分（微分）」.

# ハイパスフィルタ≒微分フィルタ

●入力f(t)

●高周波成分y(t)



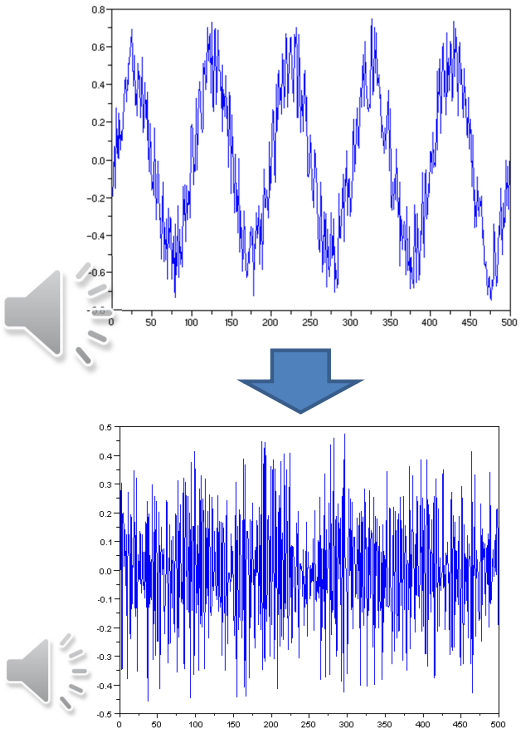
y(1) = (f(1) - f(0))/2
y(2) = (f(2) - f(1))/2
y(3) = (f(3) - f(2))/2…

用語整理

| （周波数表現） | | （時間軸表現） |
|---|---|---|
| ローパスフィルタ＝低域通過フィルタ | ＝ | 平滑化フィルタ |
| ハイパスフィルタ＝高域通過フィルタ | ＝ | 微分フィルタ |

# ハイパスフィルタの例

直前との差分によってハイパス

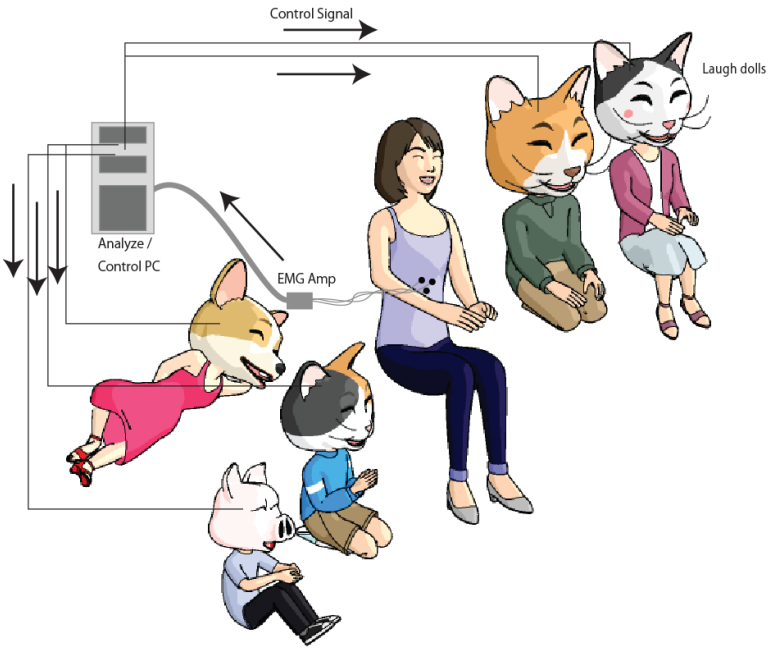


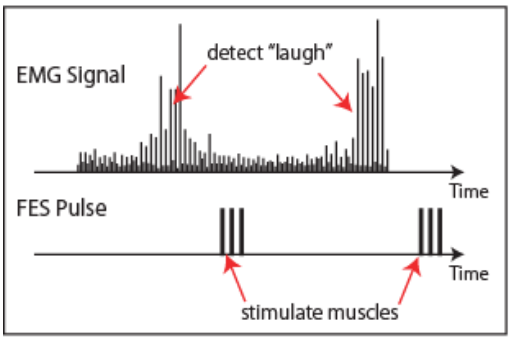
Scilabコード例

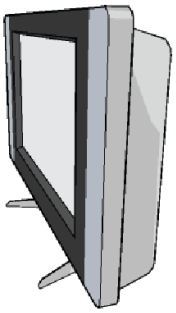
```
time = [0:0.01:100];
//振幅0.5の正弦波に最大振幅0.5のノイズが混入した信号
wave=0.5*sin(time*2*%pi) + 0.5*(rand(time)-0.5);

out=zeros(wave);

//差分をとる
for n=2:length(wave),
  out(n)=wave(n)-wave(n-1);
End

playsnd(out);
savewave('wave.wav',out);
plot(out(1:500));
```

# フィルタリング．．．研究の現場で

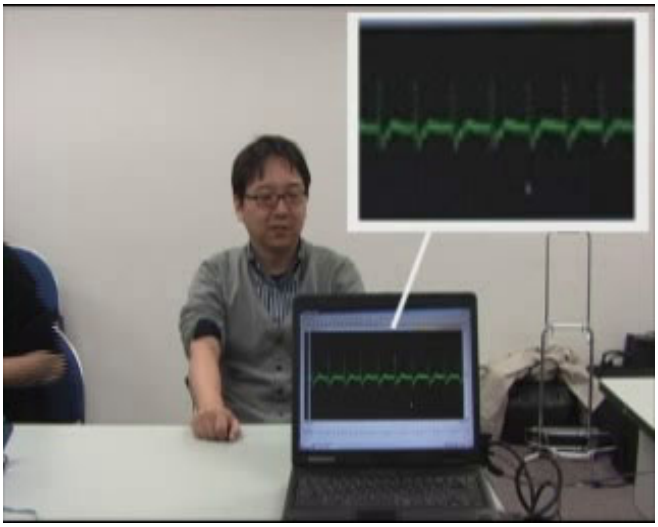
筋電計測による笑いの検出→増幅は可能か？



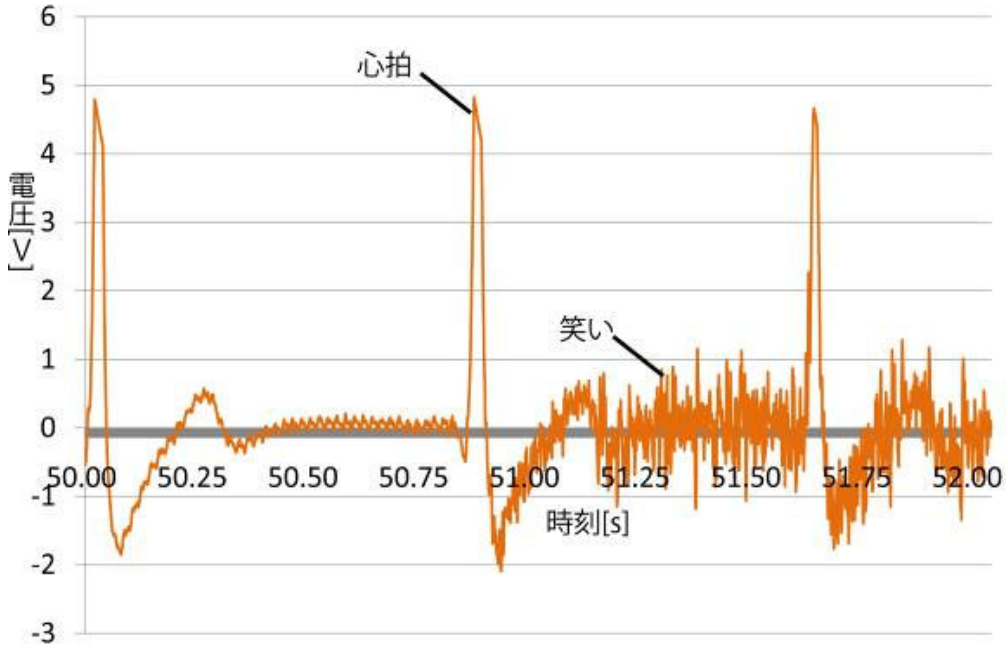
# 笑いの増幅
# Augmentation of Laugh



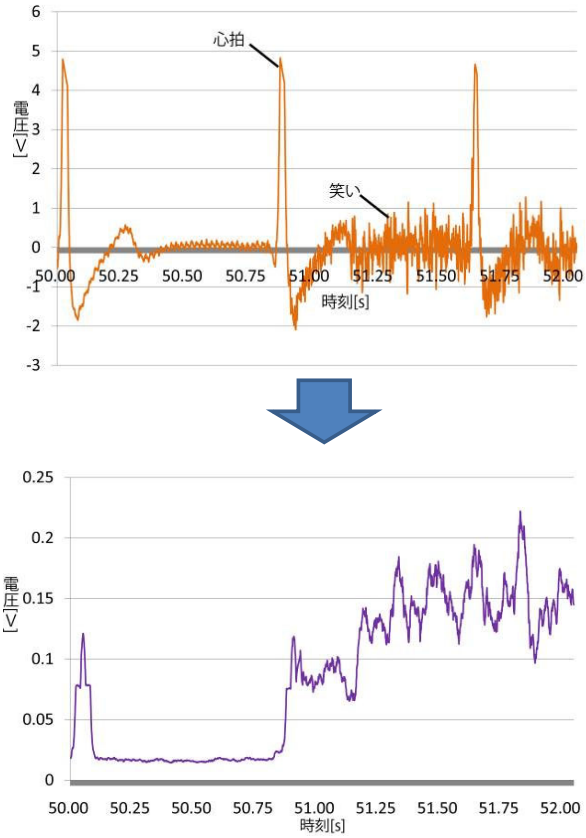
- https://www.youtube.com/watch?v=mTsJd1O9tzs
- Take initial laugh timing by measuring muscle activity.
- Enhance the laugh by using “empathy effect”

# 研究の現場で

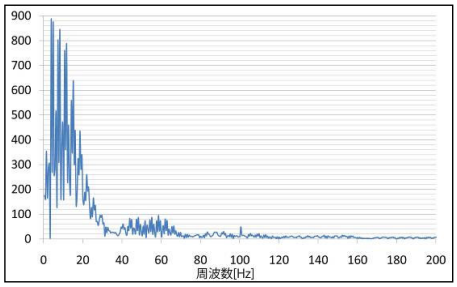
筋電計測:
- 心拍による成分:非常に大きいが，低周波
- 笑いによる成分:小さいが，高周波



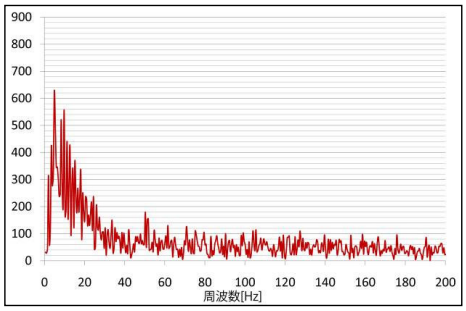
# 研究の現場で




笑っていない時のパワースペクトル




笑っている時のパワースペクトル




（1）ハイパスフィルタで笑い成分を抽出

（2）絶対値化フィルタで正の値に変換

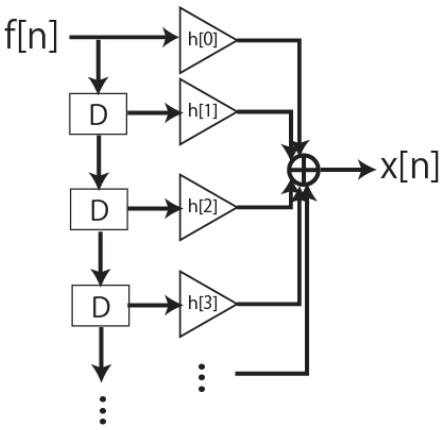
（3）ローパスフィルタで笑い領域を確定

# 参考：エコー

エコー＝時間遅れ信号の重畳.
これもFIRフィルタで実装できる.

Scilabコード例

```
[wave,f] = loadwave('aiueo.wav');
//1000ステップごとのエコーを10回重ねる例
out=[zeros(wave),zeros(1,10000)];
for i=0:9,
    out=out+[zeros(1,1000*i), wave,
[zeros(1,10000-1000*i)]];
end
//plot(wave);
savewave('foo.wav',out,f(3));
```




原音

1000ステップ前の信号を重畳

1000ステップ前＋2000ステップ前の信号を重畳

沢山重畳

# レポート課題１

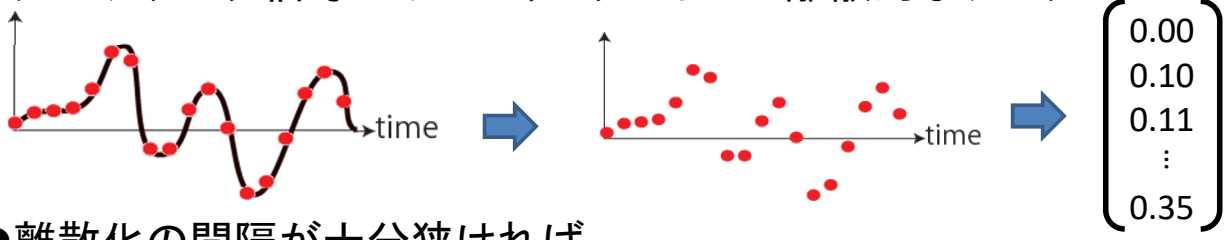
適当なwaveファイルに対して次の三つの操作を行う.
（１）FIRフィルタによるローパスフィルタをかけて音をくもらせる.
（２）FIRフィルタによる適当なハイパスフィルタをかけて音をとがらせる.
（３）エコーを掛けてカラオケのようにする.

Scilab (or python)のソースファイルのみ添付すること（原音のwaveファイルは不要です）

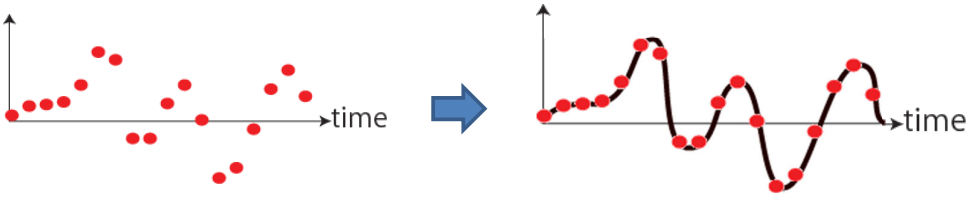
※注：Waveファイルの形式によってはScilabで扱えない場合があります。

# PCで信号を扱う＝離散化

●元のアナログ信号⇒サンプリングによって離散的なデータに




●離散化の間隔が十分狭ければ…




元に戻せそう

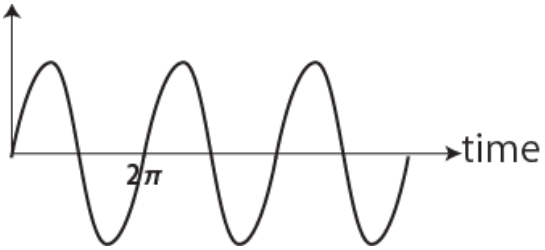
●離散化の間隔が広いと…


元に戻せなそう

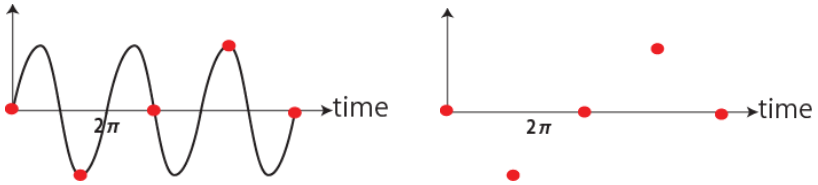
この違いはなんだろうか？　「元に戻す」とはなんだろうか？

# 元に戻せない（＝元が推測できない）場合

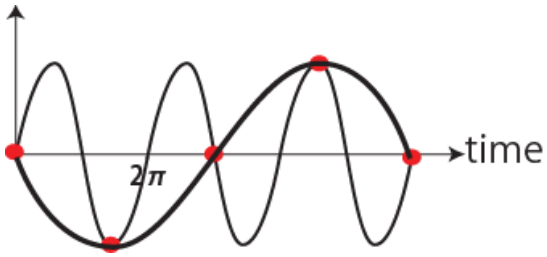
元の信号：sin(x)，周期2π




離散化の間隔　3/2 π



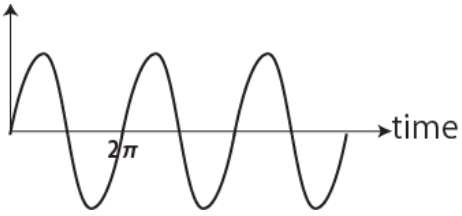

なめらかに結ぶと…



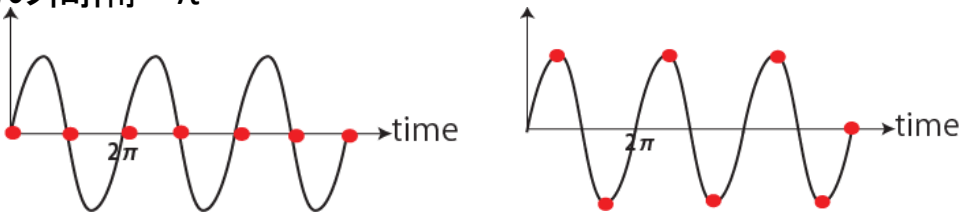

元と全く異なる波形となる＝エリアシング

# 離散化に際して：ナイキスト周波数

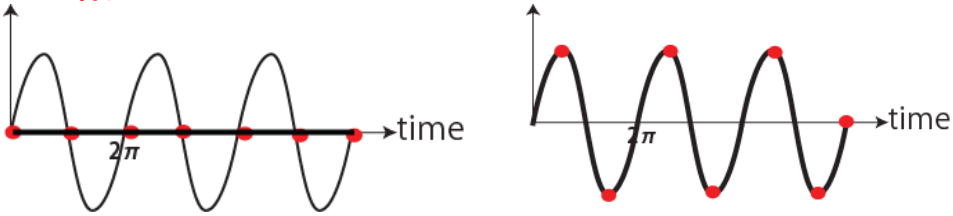
元の信号：sin(x)，周期2π




離散化の間隔　π



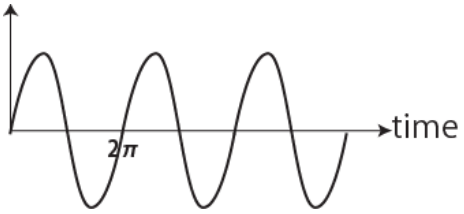

なめらかに結ぶ



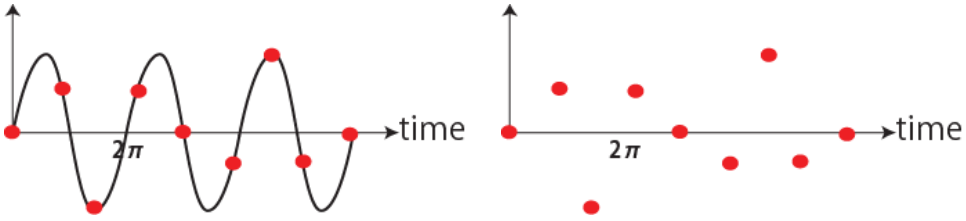

うまくいく場合と、うまくいかない場合がありそう

# 離散化に際して：ナイキスト周波数未満

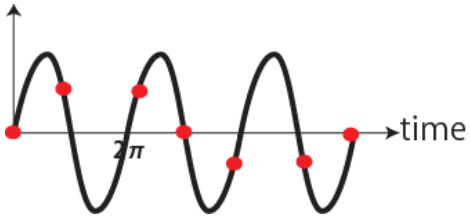
元の信号：sin(x)，周期2π




離散化の間隔　3/4π




正弦波でなめらかに結ぶ



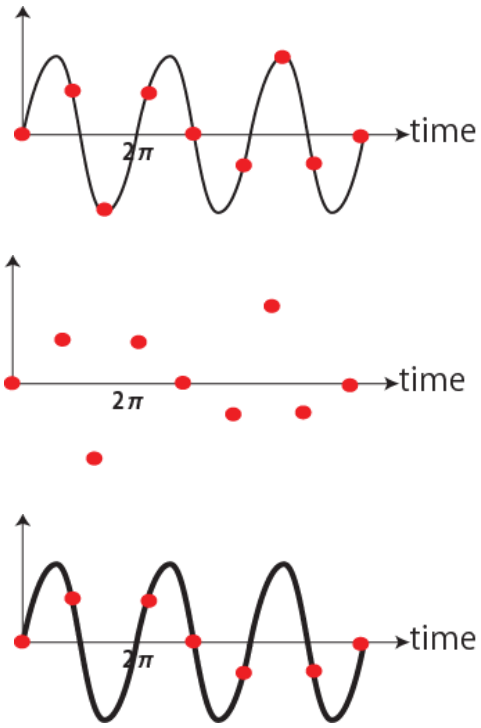

元の波形が再現できる！！

# サンプリング定理（標本化定理）

元信号に含まれる<u>最高周波数</u>の，

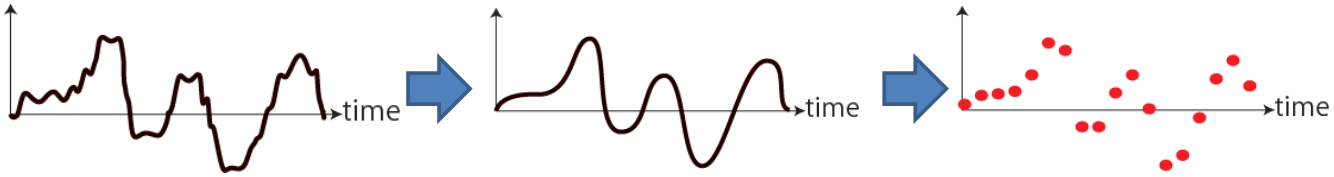
倍より高い周波数でサンプリング（標本化）していれば，

元の信号はサンプリング点から完全に再生できる．




サンプリングの周波数の半分の周波数＝ナイキスト周波数

# サンプリング定理（標本化定理）




逆に，エリアシングを生じないために，

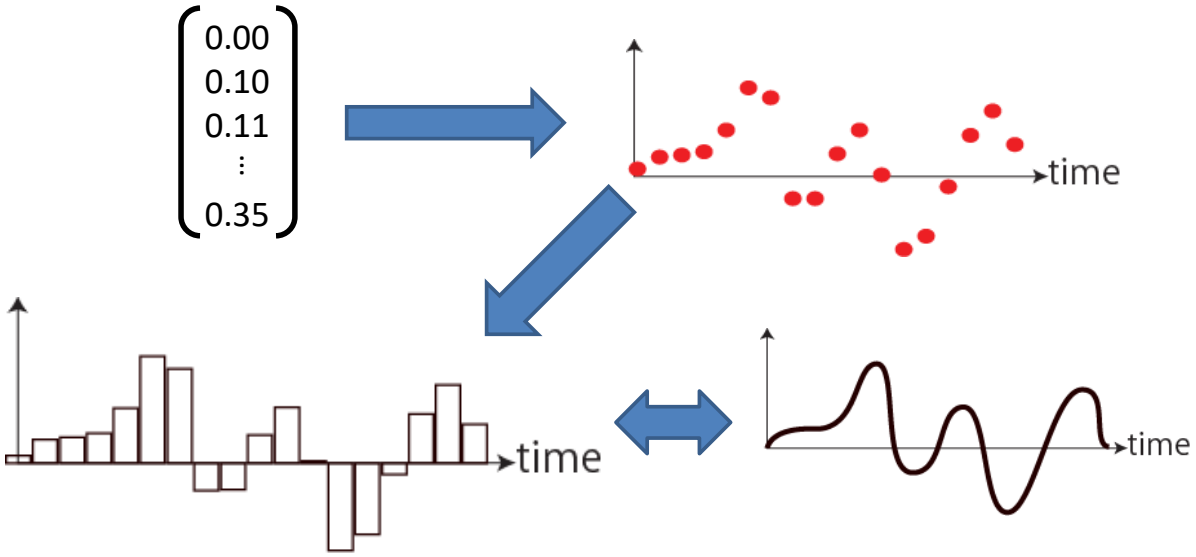
サンプリング周波数の半分以上の周波数は，**あらかじめカット**する必要がある．（後でカットしても意味無し！）

カットしないとエリアシングを生じ，偽の低い周波数が観察される．
（例）蛍光灯下の扇風機，テレビ画面のビデオ撮影

カットはアナログ回路によるローパスフィルタなどを用いる事が多い

# サンプリングデータを元に戻す（再生）とは？

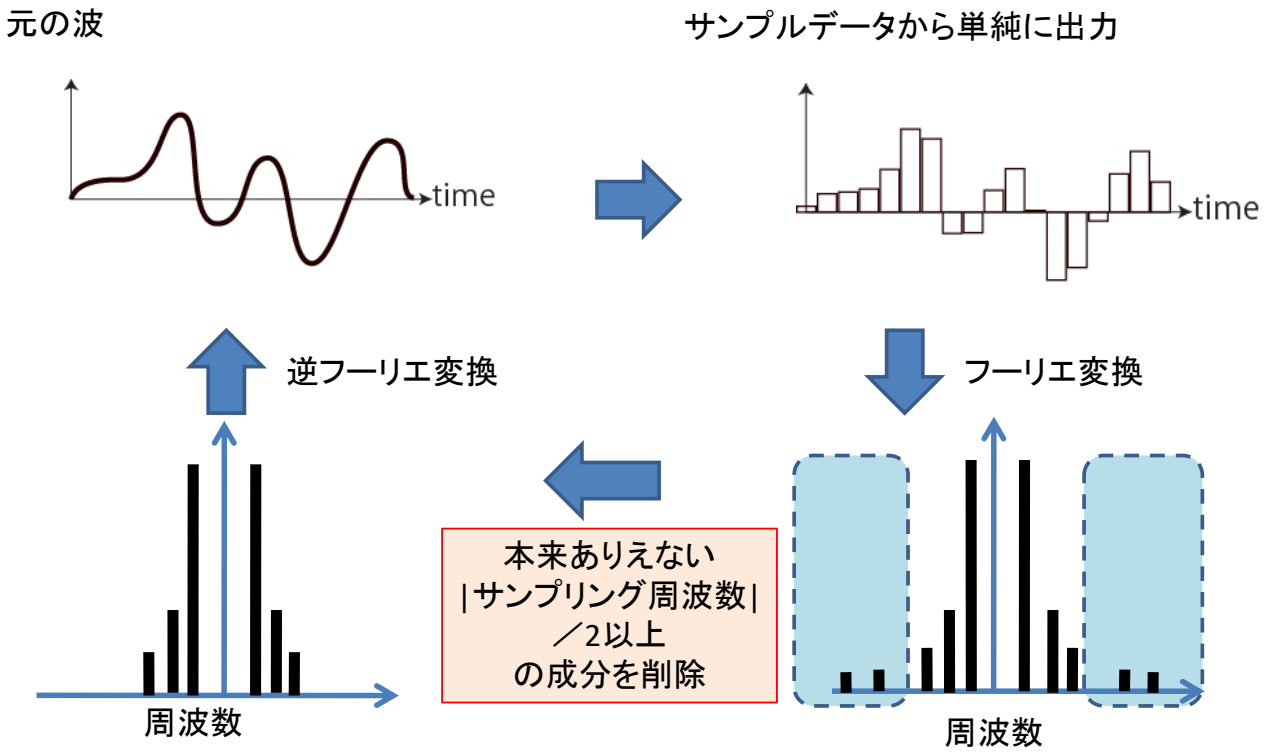
一番簡単な方法：サンプリングされたデータを、単純に電圧出力する
（サンプル＆ホールド）



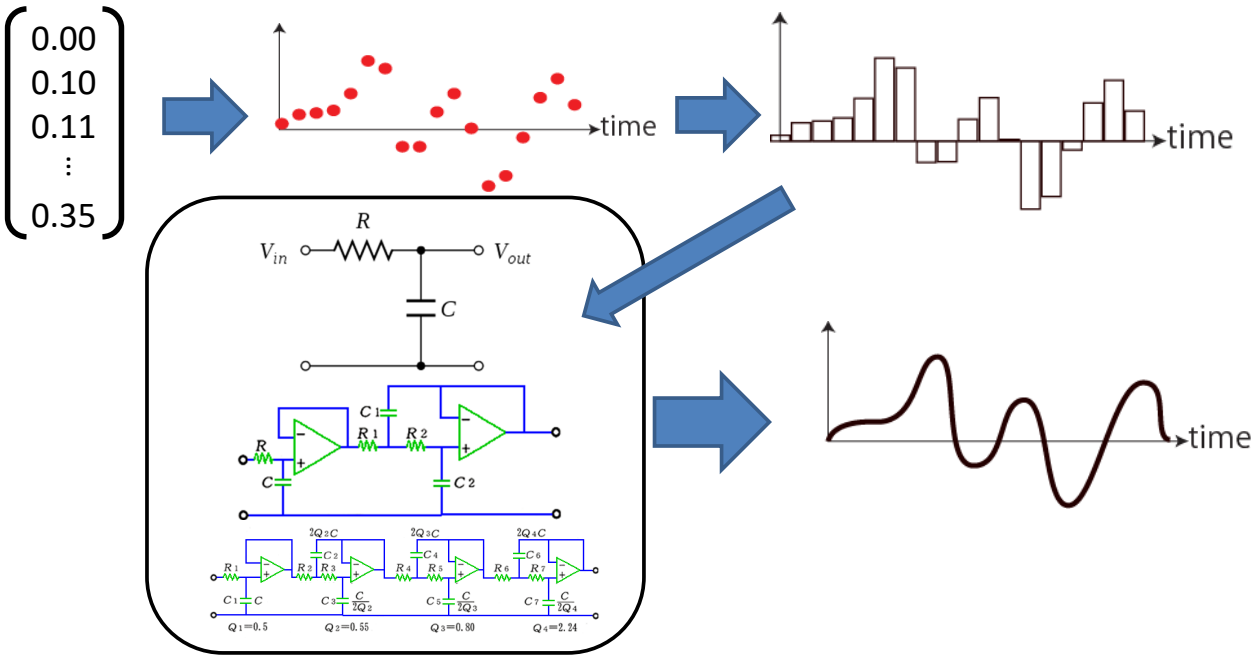

大体同じ。でも微妙な違い

元の波が、ナイキスト周波数未満の成分しかないとすると、
単純に、「高い周波数をカットすれば元に戻る」はず

# 元の波に含まれない周波数をカット（イメージ）



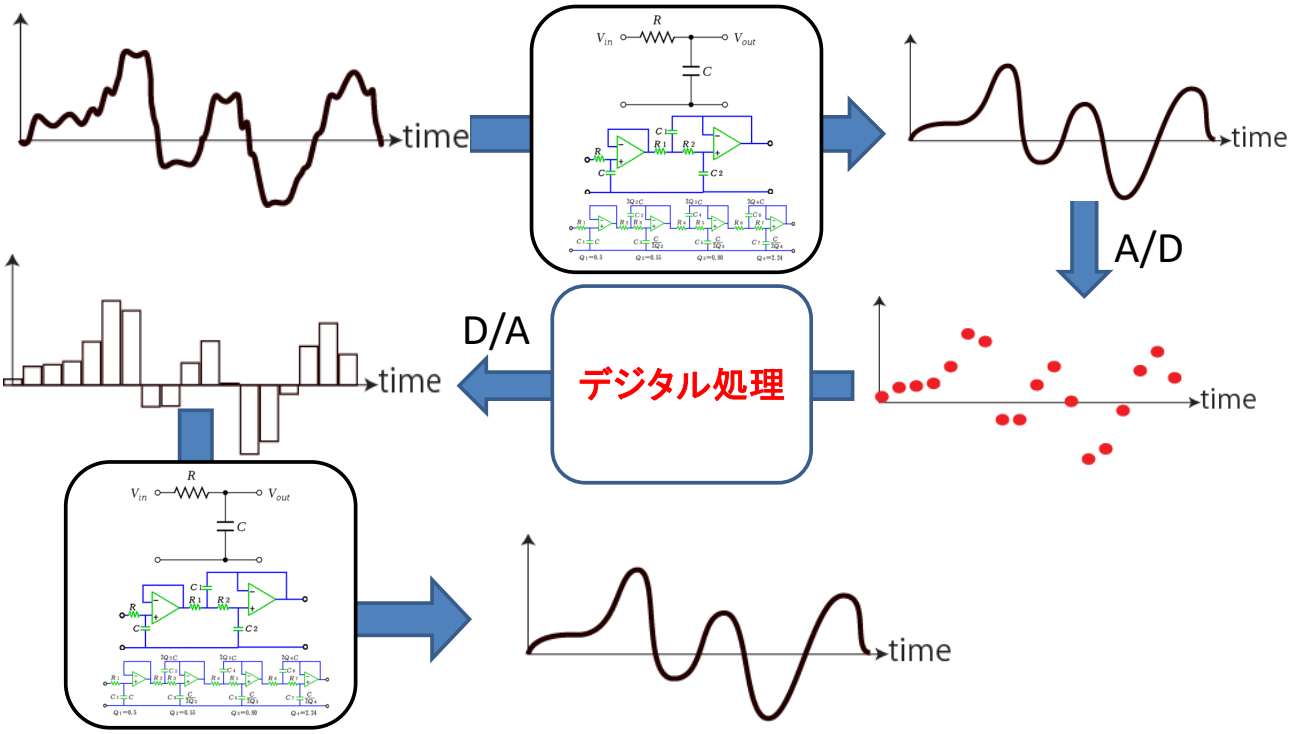

# サンプリングデータ（デジタルデータ）からアナログ波形の出力の実際




実際には**アナログ回路**で高周波成分をカットする場合がほとんど

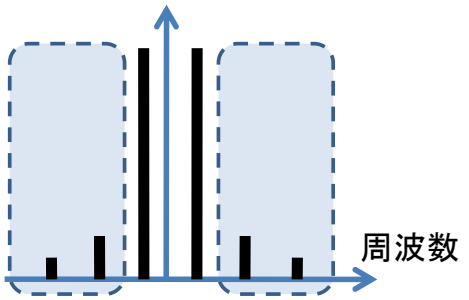
カット周波数＝サンプリング周波数の半分

# 「デジタル」処理のための「アナログ」処理まとめ




①A/D前にサンプリング定理を満たすためのローパス
②D/A後にサンプリング定理を満たすためのローパス

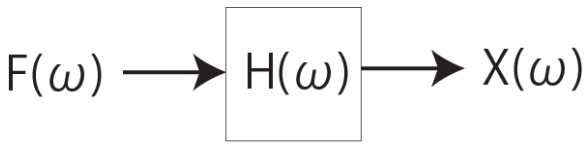
# 理想的なローパスを時間領域で考えると？



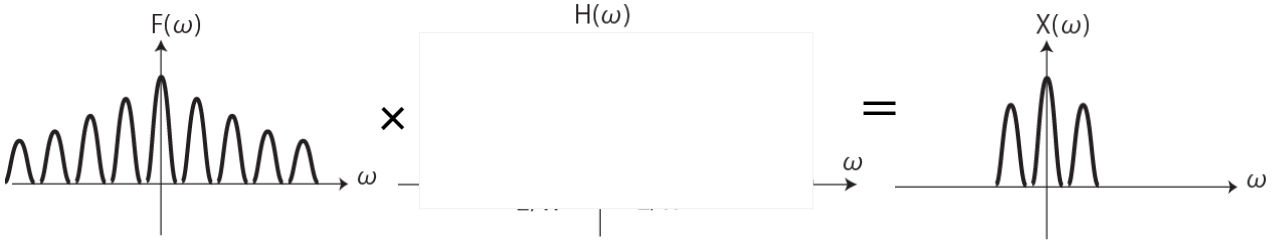

本来ありえない
|サンプリング周波数|
／2以上
の成分を削除

信号のフーリエ変換F(ω)にフィルタH(ω)をかけることを意味する

$X(\omega) = H(\omega) \times F(\omega)$



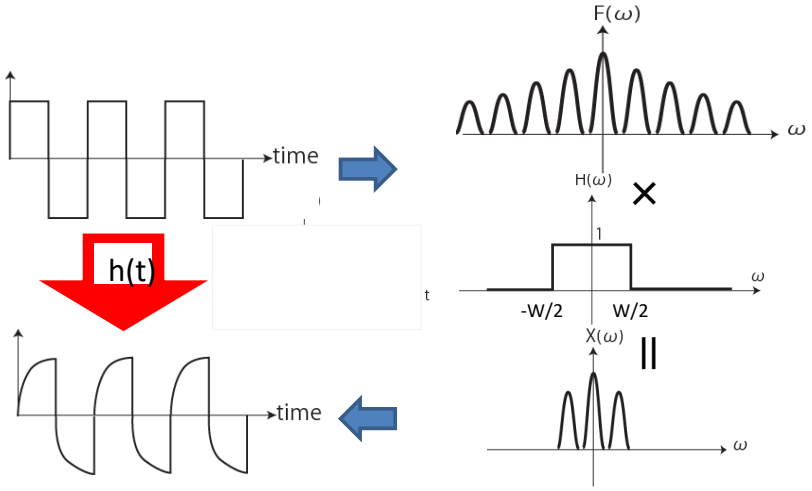

$H(\omega) =$



# 理想的低域通過フィルタ：時間領域では？

●入力：f(t)

●出力：x(t)




$$H(\omega)=\begin{cases}1 & (|\omega|<W/2)\\ 0 & (|\omega|\geqq W/2)\end{cases}$$

逆フーリエ変換でh(t)を求めてみる

$$h(t)=$$

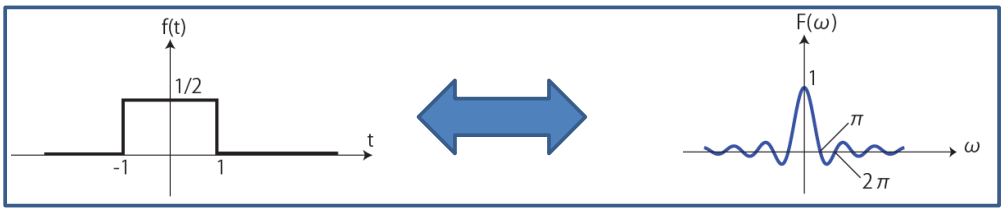
$$=$$

$$=$$

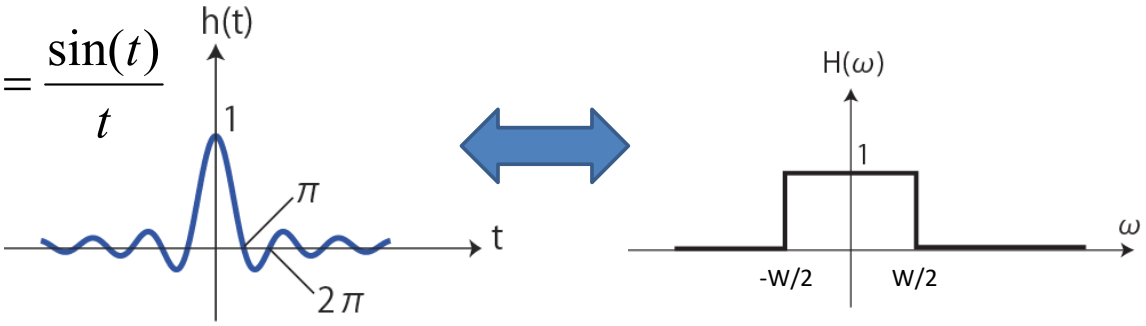
$$=$$

$$=$$

# 時間領域でのsinc関数



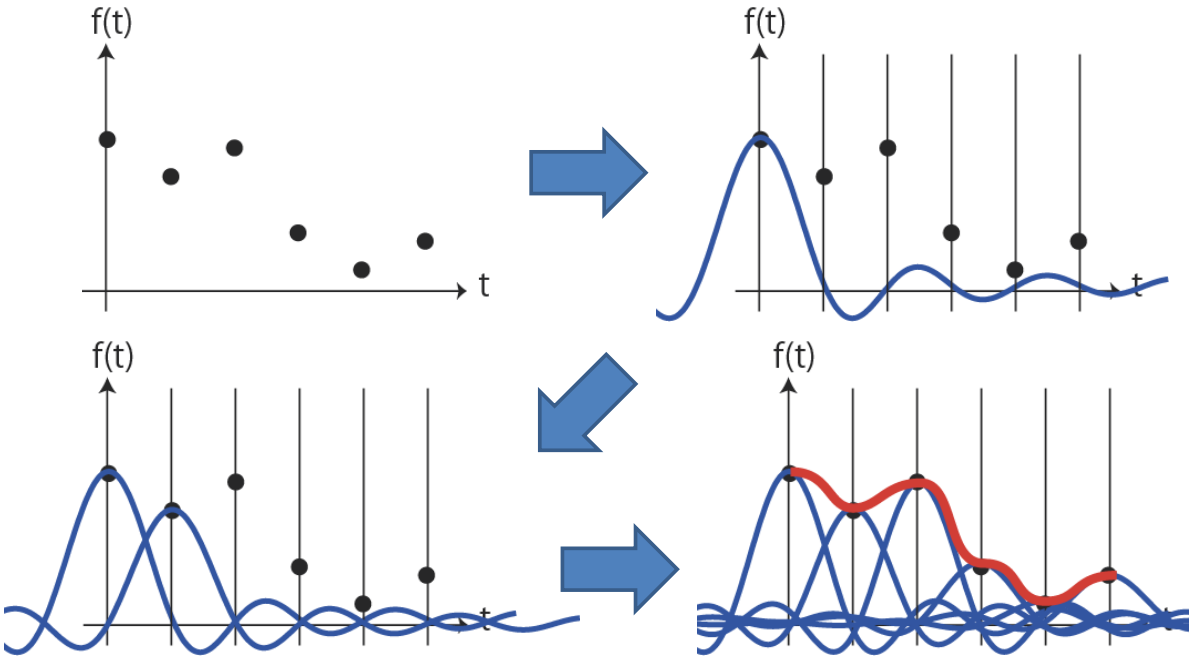

$$h(t)=\frac{\sin(t)}{t}$$




周波数領域での理想的な低域通過フィルタは、
時間領域でのsinc関数に他ならない

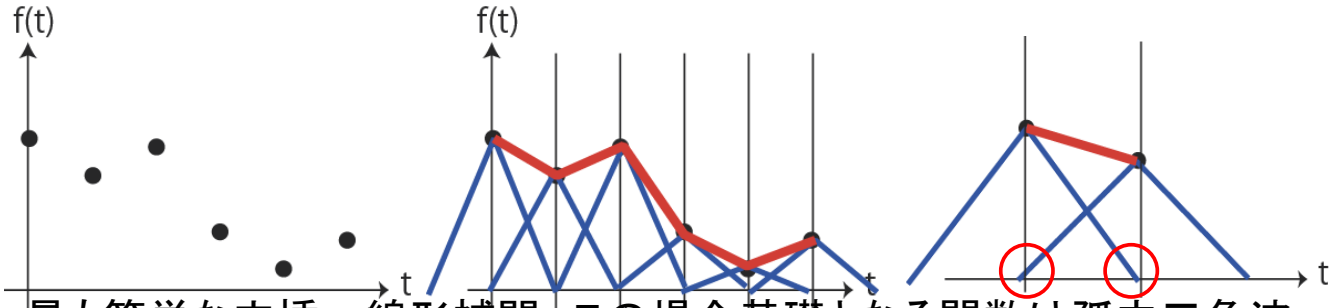
ただし無限に長いフィルタになるので、
結局矩形波（＝平均化）や、よりなだらかな波形が用いられる。

# （参考）サンプリング点を「なだらかに内挿する」関数としてのsinc関数

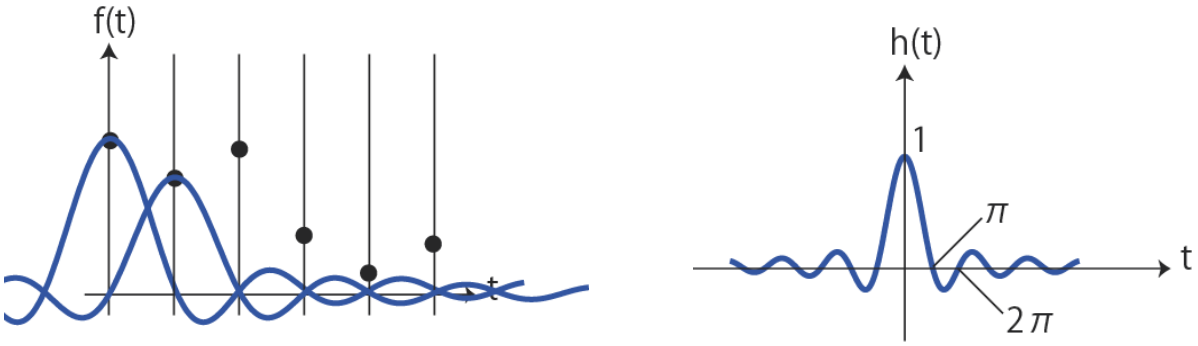



Sinc関数での「畳込み積分」:
サンプリング点ごとにsinc関数を重ねあわせていく操作に相当

# （参考）サンプリング点を内挿する関数の条件

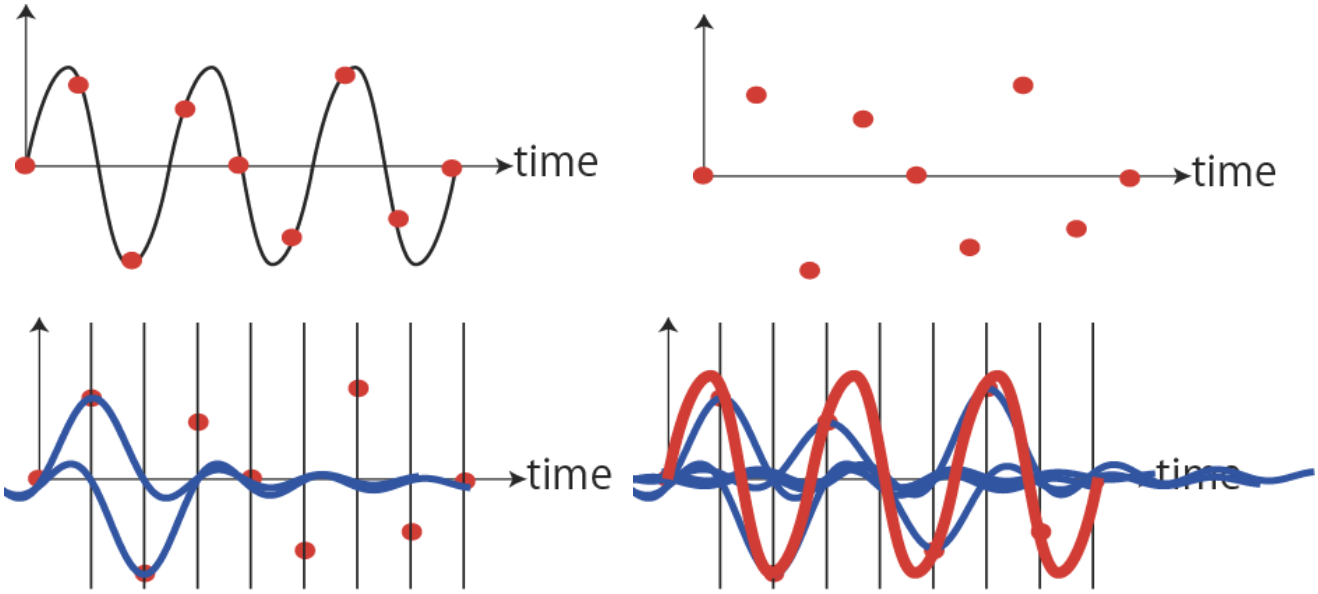



最も簡単な内挿＝線形補間。この場合基礎となる関数は孤立三角波
各関数の合算結果がサンプリング点を通過するためには、
基礎となる関数が、サンプリング点で0にならなければならない。



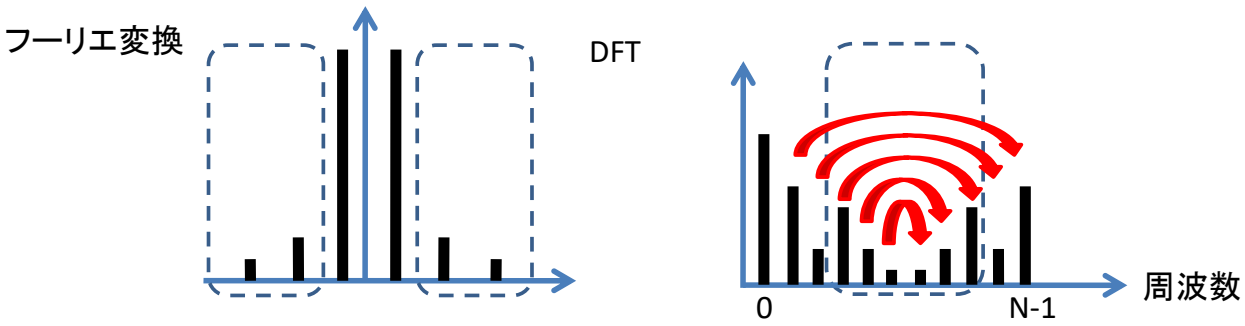

Sinc関数はこの条件を満たしている。

# （参考）サンプリング定理ぎりぎりの波形も

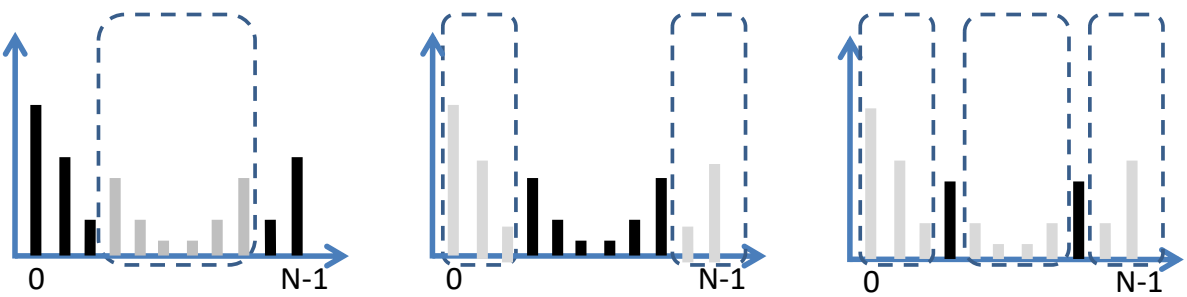



サンプリング定理ギリギリの波形のサンプリング結果も、
Sinc関数で理論通りに内挿するとちゃんと元に戻る

# 周波数領域でのフィルタリング処理




フーリエ変換に対するフィルタリング：原点対称
DFTに対するフィルタリング：中心対称に作用させる必要




低域通過フィルタ　高域通過フィルタ　帯域通過フィルタ

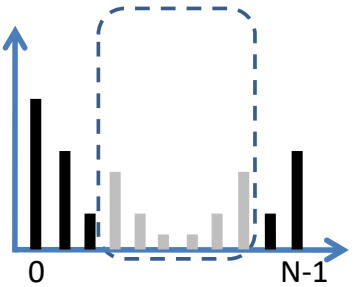
# レポート課題２　（余裕のある人のみ）

低域通過フィルタによって、三角波を正弦波にする。

（１：時間領域での処理）レポート課題１と同様のFIRフィルタをかけ、波形が正弦波に近づいていくことを観察せよ

（２：周波数空間での処理）三角波のフーリエ変換結果に対して、周波数領域で低域を通過させた後、逆フーリエ変換で波形を元に戻せ。

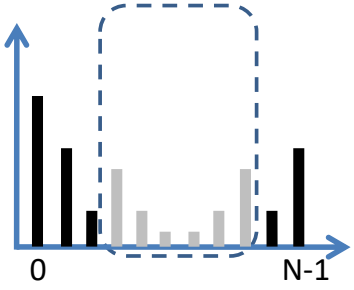
理解してほしいこと：時間領域での処理（畳込み積分）と周波数空間での処理が同じ結果を生むことを認識。



低域通過フィルタ

# レポート課題２(2) 参考（ほぼ答え）

```
wave=[-49:50];    //一周期100の三角波
wave = [wave,wave,wave,wave,wave]; //5回繰り返す。つまり500要素の波形
plot(wave);
fourier = fft(wave);  //フーリエ変換。500要素のベクトル

//パワースペクトルを計算
//power_spec = fourier .* conj(fourier);
//plot(power_spec);   //計算結果を表示

//フーリエ変換結果から高域を取り除く。どこからどこまで取り除くかは、パワースペクトルの観察で見極める。DFT結果に対しては左右対称に取り除くことに注意
//Scilabでは配列の添字が1から始まることに注意
for i=
  fourier(i)=0;
end

wave2=ifft(fourier); //逆フーリエ変換
plot(wave2);
```



低域通過フィルタ